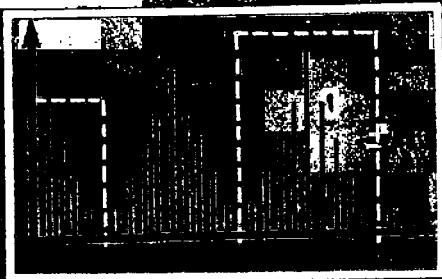


А. И. НАЙДЕНОВ

**ТРАНСФОРМАЦИЯ  
СПЕКТРА  
НАНОСЕКУНДНЫХ  
ИМПУЛЬСОВ**



А. И. НАЙДЕНОВ

# ТРАНСФОРМАЦИЯ СПЕКТРА НАНОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ



Москва «Советское радио» 1973

Найденев А. И. Трансформация спектра наносекундных импульсов. М., «Сов. радио», 1973, 180 с.

Приводятся теоретический анализ и способы линейного преобразования временного масштаба повторяющихся и однократных электрических сигналов, заключающегося в сжатии их спектра (временном расширении) без искажения формы сигналов. Такое преобразование сигналов позволяет передавать, наблюдать, регистрировать и исследовать наносекундные импульсы при помощи относительно низкочастотных устройств. При известном коэффициенте трансформации спектра можно определить истинные параметры исследуемого сигнала. Описываются некоторые возможные реализации способов линейного преобразования временного масштаба, а также приводятся некоторые применения этого преобразования.

Книга рассчитана на радиоинженеров и научных работников, занятых исследованием наносекундных процессов и разработкой измерительной аппаратуры наносекундного диапазона. Она может быть полезна студентам старших курсов соответствующих специальностей.

Рис. 53, библи. 71 назв.

## Редакция радиотехнической литературы

АРКАДИЙ ИВАНОВИЧ НАЙДЕНОВ

### ТРАНСФОРМАЦИЯ СПЕКТРА НАНОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Научный редактор Г. С. Азаров

Редактор Э. М. Горелик

Художественный редактор В. Т. Сидоренко

Художник В. М. Аладьев

Технический редактор Г. З. Кузнецова

Корректоры: Т. М. Толмачева, Н. В. Панкина

Сдано в набор 20.II — 1973 г.

Подписано в печать 18.IX — 1973 г.

Т-15512 Формат 84 × 108/32

Бумага типографская № 2

Объем 9,45 усл. п. л.

Уч.-изд. л. 9,879

Тираж 5000

Зак. 91

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Цена 49 коп.

Набрано в Московской типографии № 13 Союзполиграфпрома при Государственном Комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.

Москва, ул. Баумана, Денисовский пер., д. 30.

Отпечатано в типографии изд-ва «Советское радио». Зак. 1488.

Гос. публичная  
научно-техническая  
библиотека СССР  
ЭКЗЕМПЛЯР  
ЦЕНТРАЛЬНОГО ЗАЛА

Н 0341-085  
046 (01)-73

34 73-39127

В настоящее время в радиоэлектронике и смежных областях науки наблюдается тенденция к уменьшению длительности применяемых электрических сигналов вплоть до нано- и пикосекундного диапазона. По своему характеру эти сигналы могут быть периодическими, однократными, аperiodическими, видеоимпульсными и модулированными. Их частотный спектр в общем случае простирается от относительно низких частот до нескольких гигагерц.

Большинство методов, применяемых для исследования электрических сигналов в микросекундном диапазоне длительностей, оказались непригодными или малоэффективными в нано- и пикосекундном диапазонах. Противоречивое требование высокой чувствительности и широкополосности устройств для осциллографирования и анализа электрических сигналов в этом диапазоне не может быть выполнено лишь благодаря усовершенствованию элементов схем. Для исследования таких сигналов потребовались качественно новые технические методы.

Кардинальным решением этой проблемы является трансформация спектра электрических сигналов, позволяющая передавать, наблюдать, регистрировать и исследовать нано- и пикосекундные импульсы в ином временном масштабе при помощи относительно низкочастотных устройств. Очевидно, что сжатие частотного спектра сигналов (расширение во времени) не должно сопровождаться искажениями их формы. Такое преобразование сигналов мы будем в дальнейшем называть линейным преобразованием временного масштаба электрических сигналов.

Большинство опубликованных работ посвящено стробоскопическому преобразованию повторяющихся видеоимпульсов [1—18], и лишь незначительное количество работ посвящено другим методам линейного преобразования временного масштаба периодических, однократных, аperiodически повторяющихся видеоимпульсных и модулированных наносекундных сигналов [19—25]. Кроме того, в литературе отсутствует теоретическое обобщение методов линейного преобразования временного масштаба, позволяющее рассматривать их с единой точки зрения. В настоящей работе делается попытка устранить эти пробелы.

В основу книги положены работы, выполненные непосредственно автором или под его руководством [32, 40, 47—60, 65, 68, 69 и др.]. Книга состоит из 5 глав. В гл. I на основе теории линейных систем с переменными параметрами рассматриваются различные методы линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов (вопросы анализа и синтеза).

В гл. II проводится теоретический анализ стробоскопического и гетеродинного методов преобразования периодических сигналов. Получены общие для обоих методов формулы, позволяющие рассчитать основные параметры стробоскопического и гетеродинного преобразователей, а также описаны некоторые применения этих преобразователей.

В гл. III анализируются способы реализации стробоскопического метода, определяются переходные характеристики и сравниваются предельные временные параметры различных типов стробоскопических преобразователей.

В гл. IV рассматриваются аналоговый и дискретный методы линейного преобразования временного масштаба однократных наносекундных импульсов, способы их реализации и основные параметры, а также сравниваются эти способы.

В гл. V анализируются погрешности преобразования, принципиально присущие основным методам (независимо от способов их реализации), а также получены формулы для расчета погрешностей либо в общем виде, либо для наиболее распространенных частных случаев.

Автор выражает глубокую благодарность Ю. А. Рябину, Л. С. Неустроеву, Л. А. Переверзеву, Г. С. Азарову, замечания которых способствовали улучшению рукописи, а также считает приятным долгом поблагодарить тт. С. Ю. Возбинаса, М. Л. Гинкаса, А. Ф. Денисова, А. К. Кунигелиса, Э. А. Фомина, Б. А. Челнокова и других товарищей, которые сотрудничали с ним в решении вопросов, частично отраженных в рукописи.

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВРЕМЕННОГО МАСШТАБА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

## 1. Общие положения

Из теории спектров [26] известно, что при изменении масштаба времени электрического сигнала  $f(t)$  в  $q_T$  раз масштаб частот спектральных составляющих сигнала меняется в  $1/q_T$  раз, т. е.

$$F_q(j\omega) = \frac{1}{q_T} F\left(\frac{j\omega}{q_T}\right), \quad (1.1)$$

где комплексные спектральные плотности

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad F_q(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(q_T t) e^{-j\omega t} dt.$$

Формула (1.1) показывает, что сжатие спектра электрического сигнала без изменения его формы возможно лишь при пропорциональном временном расширении этого сигнала. Такое преобразование спектра (временного масштаба) сигнала назовем линейным. Величину  $q_T$ , показывающую отношение длительности преобразованного сигнала к длительности входного сигнала, назовем коэффициентом трансформации.

В общем случае трансформацию спектра можно рассматривать как преобразование сигнала при его прохождении через электрическую цепь. При линейном преобразовании временного масштаба в спектре преобразованного сигнала могут появляться гармонические составляющие с частотами, отсутствовавшими в спектре входного сигнала. Отсюда следует, что линейные цепи с постоянными параметрами принципиально непригодны для линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов.

Нелинейные цепи обогащают спектр входного сигнала за счет появления новых гармонических составляющих. Если на вход такой цепи помимо входного сигнала подать вспомогательное напряжение определенной фор-

мы, то в выходном напряжении появляются составляющие разностных частот, что можно использовать для деления частот всех составляющих входного сигнала в одинаковое число раз, т. е. для сжатия спектра этого сигнала.

Если входной сигнал и вспомогательное напряжение — гармонические с частотами  $\omega$  и  $\Omega$  соответственно, то выходное напряжение будет содержать составляющие с частотами  $m\omega \pm n\Omega$ , где  $m$  и  $n$  — любые целые числа, не исключая и нуля. Амплитуды этих составляющих не пропорциональны амплитуде входного сигнала. Для входного негармонического сигнала с частотой повторения  $\omega_c$  при определенном соотношении  $\omega_c$  и  $\Omega$ , из выходного напряжения можно выделить составляющие с частотами  $(\omega_c - \Omega)$ ,  $2(\omega_c - \Omega)$ , ...,  $m(\omega_c - \Omega)$ , ... . Если амплитуды этих составляющих и гармоник входного сигнала пропорциональны, а фазовые соотношения между составляющими выходного напряжения сохранились те же, что и между гармониками входного сигнала, то сумма составляющих  $m(\omega_c - \Omega)$  дает периодический сигнал с частотой повторения  $(\omega_c - \Omega)$  той же формы, что и входной. Однако из-за нелинейности системы пропорциональность амплитуд отсутствует. Это означает, что в общем случае нелинейные цепи непригодны для линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов.

Линейные цепи с переменными параметрами, в отличие от рассмотренных, способны образовывать в спектре выходного напряжения составляющие новых частот (по сравнению со спектром входного сигнала) при сохранении линейной зависимости между амплитудами выходного и входного напряжений [27]. Проанализируем поведение линейных цепей с переменными параметрами (в дальнейшем будем называть их параметрическими цепями) с точки зрения трансформации спектра электрических сигналов.

## 2. Теорема о линейном преобразовании временного масштаба электрических сигналов

Теорема о линейном преобразовании временного масштаба формулируется следующим образом:

*линейное преобразование временного масштаба электрических сигналов возможно в параметрических цепях,*

эквивалентная схема которых может быть представлена в виде четырехполюсника с передаточной функцией\*

$$K(j\omega, t) = K \exp[-j\omega(\tau_0 + \alpha t)], \quad (1.2)$$

где  $K$  — модуль передаточной функции,  $\tau_0$  — начальный временной сдвиг между входным и выходным напряжением,  $\alpha$  — коэффициент пропорциональности.

Ввиду линейности параметрической цепи по отношению ко входному сигналу преобразование каждой гармонической составляющей этого сигнала можно рассматривать в отдельности. Очевидно, для неискаженного линейного преобразования сложного сигнала необходимо, чтобы частоты и амплитуды всех гармонических составляющих его в процессе преобразования изменились соответственно в  $q_T$  и  $K$  раз, а фазовые сдвиги — пропорционально значениям частоты. Необходимая передаточная функция параметрической цепи, удовлетворяющая указанным требованиям, равна

$$\begin{aligned} K(j\omega, t) &= \frac{u_{\text{вых}}(t)}{e^{j\omega t}} = K \frac{\exp j \left[ \frac{\omega}{q_T} t - \theta(\omega) \right]}{e^{j\omega t}} = \\ &= K \exp[-j\omega(\tau_0 + \alpha t)], \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $\theta(\omega)$  — начальная фаза выходного напряжения, равная  $\omega\tau_0$ ;  $\alpha = 1 - 1/q_T$ .

Таким образом, теорема о линейном преобразовании временного масштаба доказана. Из нее следует, что линейное преобразование временного масштаба электрических сигналов произвольной формы возможно в частотно-независимых параметрических цепях, осуществляющих задержку сигнала, линейно изменяющуюся во времени по закону

$$\tau(t) = \tau_0 + \alpha t. \quad (1.4)$$

Если  $\alpha > 0$ , то  $q_T > 1$ , что по определению соответствует временному расширению (сжатию спектра); если же  $\alpha < 0$ , то  $q_T < 1$ , что соответствует временному сжатию (расширению спектра). Необходимо отметить, что полученная зависимость между величинами  $\alpha$  и  $q_T$  справедлива лишь для эквивалентной схемы. Очевидно,

\* Под передаточной функцией параметрической цепи подразумевается отношение  $K(j\omega, t) = u_{\text{вых}}(t)/e^{j\omega t}$ , где  $u_{\text{вых}}(t)$  — напряжение сложной формы, характеризующее реакцию цепи на гармоническое напряжение [27].



передаточная функция вида (I.2) или (I.4) в наносекундном диапазоне возможна лишь в замедляющих системах с распределенными параметрами, изменяющимися во времени (например, в линиях задержки с переменной во времени емкостью).

Временное расширение импульса на выходе линии задержки с переменными параметрами физически объясняется тем, что скорость распространения данного мгновенного значения импульса уменьшается по мере удаления его от фронта. В результате преобразованный (расширенный во времени) сигнал имеет аналоговую форму, поэтому преобразователи временного масштаба, в которых соотношение (I.4) реализовано в явном виде, называются аналоговыми.

При использовании в качестве преобразователей параметрических цепей с сосредоточенными параметрами невозможно получить передаточную функцию вида (I.2). Поэтому на выходе таких цепей можно получить линейно преобразованный во времени сигнал, идентичный по форме входному лишь при помощи соответствующих фильтров. Передаточная функция (I.2) в этом случае учитывает наличие таких фильтров. Для того чтобы в таких преобразователях отличать передаточную функцию преобразователя от передаточной функции собственно параметрической цепи (т. е. до фильтра), назовем последнюю частной передаточной функцией.

Примером преобразователя с сосредоточенными параметрами является широко известный стробоскопический преобразователь, принцип работы которого основан на дискретизации повторяющегося сигнала при помощи стробимпульсов. На сигнал приходится не более одного стробимпульса, который автоматически сдвигается во времени относительно сигнала при каждом повторении последнего и таким образом последовательно считывает его по точкам (рис. I.1). Максимальный сдвиг стробимпульса относительно сигнала при каждом его повторении (шаг считывания  $\Delta t$ ) определяется теоремой Котельникова.

Основным узлом стробоскопического преобразователя является смеситель, куда поступают сигнал и стробимпульсы. Смеситель (чаще всего — полупроводниковый диод) работает в ключевом режиме и управляется стробимпульсами, которые модулируются по амплитуде сигналом и одновременно расширяются. На выходе смесителя образуется последовательность расширенных

импульсов напряжения, огибающая амплитуд которых повторяет форму исходного сигнала. Так как считывание дискретных значений сигнала происходит в течение многих его повторений, то длительность вновь полученного сигнала значительно больше длительности исходного. Выделяя с помощью фильтра огибающую расширенных импульсов, можно получить аналоговый сигнал,

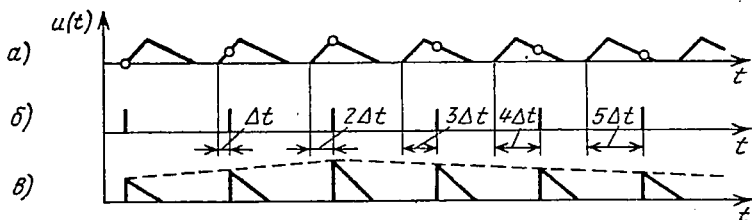


Рис. 1.1. Эпюры напряжений, поясняющие принцип работы стробоскопического преобразователя:

*a* — напряжение входного сигнала; *b* — стробимпульсы; *в* — расширенные импульсы на выходе смесителя.

идентичный по форме исходному. Так как смеситель в стробоскопическом преобразователе является параметрическим элементом, непосредственно на выходе которого напряжение имеет дискретную форму, то такой преобразователь относится к типу дискретных.

Необходимо подчеркнуть, что для всех без исключения идеальных линейных преобразователей временно-го масштаба связь между входным и выходным сигналами может быть представлена в виде функции (1.2). Из-за ограниченной полосы пропускания реальных преобразователей эту функцию можно практически использовать лишь в определенном диапазоне частот. Очевидно, обобщенная передаточная функция реального преобразователя может быть записана в виде

$$K(j\omega, t) = K(j\omega) \exp[-j\omega(\tau_0 + \alpha t)], \quad (1.5)$$

где  $K(j\omega) = K(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$ . Зависимости  $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  являются амплитудно- и фазочастотными характеристиками преобразователя соответственно. В дискретном преобразователе  $K(j\omega)$  учитывает неидеальность процесса дискретизации (отличие реальной дискретной выборки от дельта-импульса и нарушение условий теоремы Котельникова, если такое имеет место).

Так как  $K(j\omega, t)$  является функцией времени, то ее можно представить в виде совокупности гармонических составляющих. Ширина спектра этой функции, т. е. амплитудно-частотная характеристика преобразователя на уровне спада 3 дБ, определяет полосу пропускания реального преобразователя.

Рассмотрим способы синтеза обобщенной передаточной функции (1.2) в системах с сосредоточенными и распределенными параметрами.

### 3. Обобщенная структурная схема линейного преобразователя с сосредоточенными параметрами

Для идеального преобразователя можно написать

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega, t) U_{\text{вх}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (1.6)$$

где  $U_{\text{вх}}(j\omega)$  — комплексный спектр входного сигнала  $u_{\text{вх}}(t)$ ;  $K(j\omega, t) = K e^{-j\omega t} = K \exp\left[-j\omega\left(1 - \frac{1}{q\tau}\right)t\right]$ , учитывая  $\tau_0 = 0$  для систем с сосредоточенными параметрами.

Разложим  $K(j\omega, t)$  в ряд Маклорена:

$$K(j\omega, t) = K \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/q\tau)^n}{n!} t^n (-j\omega)^n. \quad (1.7)$$

Подставим (1.7) в (1.6):

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{K}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1 - 1/q\tau)^n}{n!} t^n (-j\omega)^n U_{\text{вх}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (1.8)$$

Изменив порядок интегрирования и суммирования, можно заметить, что интеграл представляет собой не что иное, как  $n$ -ю производную входного сигнала  $u_{\text{вх}}(t)$ . Тогда

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{K}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) \frac{d^n u_{\text{вх}}(t)}{dt^n}, \quad (1.9)$$

где

$$a_n(t) = \frac{(-1)^n t^n (1 - 1/q\tau)^n}{n!}. \quad (1.10)$$

Уравнение (1.9) описывает систему, производящую идеальное преобразование временного масштаба электрических сигналов.

### Пример.

Пусть

$$u_{\text{вх}}(t) = \sin \omega t.$$

Подставляя в (1.9) значения производных и коэффициентов  $a_n$ , после группирования членов, содержащих  $\sin \omega t$  и  $\cos \omega t$ , получим

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) = & \frac{K}{2\pi} \left\{ \sin \omega t \left[ 1 - \frac{\omega^2 t^2 (1 - 1/q_T)^2}{2!} + \right. \right. \\ & + \frac{\omega^4 t^4 (1 - 1/q_T)^4}{4!} - \frac{\omega^6 t^6 (1 - 1/q_T)^6}{6!} + \dots \left. \right] - \\ & - \cos \omega t \left[ \omega t (1 - 1/q_T) - \frac{\omega^3 t^3 (1 - 1/q_T)^3}{3!} + \right. \\ & + \frac{\omega^5 t^5 (1 - 1/q_T)^5}{5!} + \dots \left. \right] \left. \right\} = \frac{K}{2\pi} [\sin \omega t \cos \omega (1 - 1/q_T) t - \\ & - \cos \omega t \sin \omega (1 - 1/q_T) t] = \frac{K}{2\pi} \sin \frac{\omega t}{q_T}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Из выражения (1.9) вытекает алгоритм построения обобщенной структурной схемы преобразователя с сосредоточенными, изменяющимися во времени, параметрами (рис. 1.2). Она представляет собой многоканальную систему, подключенную к сумматору. Каждый канал этой системы состоит из дифференциатора, генератора функции  $a_i(t)$  и перемножителя. Процессы, происходящие в этой схеме, иллюстрируются графиком на рис. 1.3. Погрешность преобразования временного масштаба будет существенно зависеть от формы входного сигнала и величины  $q_T$ .

Для конкретных видов электрических сигналов можно построить специальные структурные схемы преобразователей, алгоритмы которых вытекают из уравнения (1.9) после подстановки в него соответствующих функций  $u_{\text{вх}}(t)$ .

Как видно из (1.11), для  $u_{\text{вх}}(t) = \sin \omega_0 t$  структурная схема преобразователя может быть составлена в соответствии с выражением

$$u_{\text{вых}}(t) = \sin \omega_0 t \cos \omega_0 (1 - 1/q_T) t - \cos \omega_0 t \sin \omega_0 (1 - 1/q_T) t.$$

Однако эту схему можно упростить, применяя после перемножителя избирательный фильтр  $\delta(\omega - \omega_0/q_T)$ , выделяющий составляющую с частотой  $\omega_0/q_T$ .

Если входной сигнал  $u_{вх}(t) = \sum_{m=1}^M U_{mвх} \cos(\omega_m t - \theta_m)$

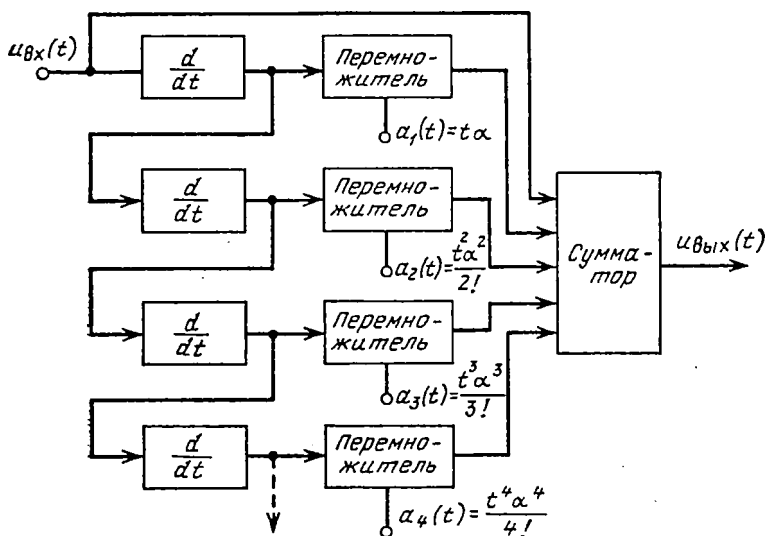


Рис. 1.2. Обобщенная структурная схема преобразователя с сосредоточенными параметрами.

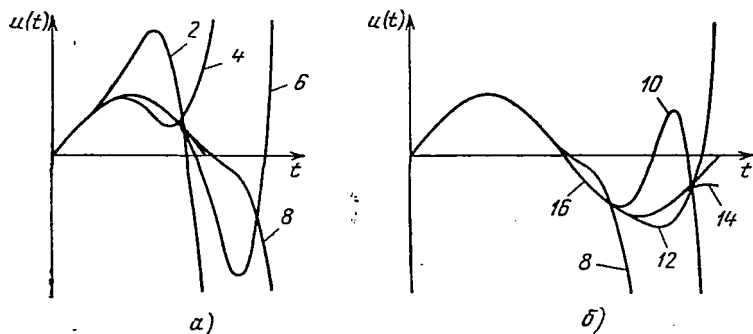


Рис. 1.3. Преобразование временного масштаба гармонического сигнала:

*а* — преобразование полупериода синусоиды (жирной линией показан входной сигнал, цифры показывают количество членов ряда (1.9); при 8 членах ряда входное и выходное напряжения, приведенные к одному временному масштабу, в пределах полупериода практически совпадают по форме); *б* — преобразование периода синусоиды (при 16 членах ряда выходное и входное напряжения практически совпадают по форме, действительная погрешность не более 1%).

имеет дискретный спектр, то для преобразования частоты каждой составляющей спектра, без нарушения амплитудных и фазовых соотношений между ними, структурная схема преобразователя по аналогии с вышесказанным, будет иметь вид рис. 1.4. Перемножитель

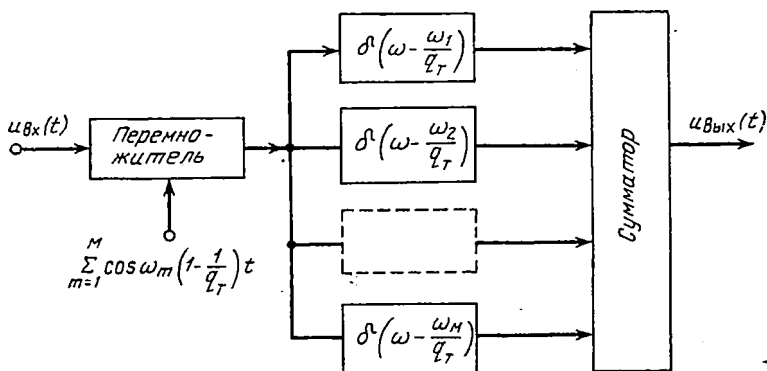


Рис. 1.4. Структурная схема преобразователя электрических сигналов с дискретными спектрами.

в этой схеме является параметрической цепью, частная передаточная функция которой  $K_{\text{ч}}(j\omega, t)$  не совпадает с передаточной функцией преобразователя, так как не учитывает влияния фильтров после перемножителя.

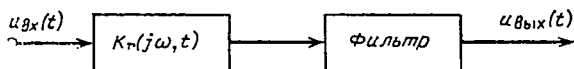


Рис. 1.5. Структурная схема преобразователя с выходным фильтром.

При большом количестве частотных составляющих в спектре выходного (преобразованного) сигнала целесообразно заменить гребенчатый фильтр на выходе преобразователя фильтром нижних частот или полосовым (рис. 1.5). При этом к частной передаточной функции и фильтру предъявляется требование отсутствия перекрестных искажений, т. е. появления на выходе преобразователя составляющих, не входящих в спектр преобразованного сигнала. Очевидно, что схемы рис. 1.4 и рис. 1.5 непригодны для преобразования сигналов со сплошными спектрами (в том числе однократных).

Определим требования, предъявляемые к узлам структурной схемы I.5, и взаимосвязь между их параметрами. Для этого рассмотрим процесс преобразования временного масштаба некоторых видов электрических сигналов с дискретными спектрами при помощи этой схемы.

#### 4. Линейное преобразование периодических сигналов

##### 4.1 Стробоскопическое преобразование

Пусть параметры цепи изменяются во времени по любому сложному периодическому закону. Тогда частная передаточная функция параметрической цепи  $K_q(j\omega, t)$  также является периодической и ее можно представить в виде ряда Фурье [27]:

$$K_q(j\omega, t) = K_0(j\omega) + K_1(j\omega) \cos(\Omega t + \psi_1) + \\ + K_2(j\omega) \cos(2\Omega t + \psi_2) + \dots + \\ + K_n(j\omega) \cos(n\Omega t + \psi_n) + \dots, \quad (I.12)$$

где  $\Omega$  — основная частота изменения параметров,  $\omega$  — частота входного гармонического напряжения,  $K_n(j\omega) = K_n(\omega) e^{j\varphi_n}$ .

Пусть на входе параметрической цепи, описываемой выражением (I.12), действует периодический сигнал

$$u(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{m_{\max}} A_m \cos(m\omega_c t - \theta_m), \quad (I.13)$$

частота повторения которого  $\omega_c$  выше частоты  $\Omega$ . Тогда выходное напряжение будет иметь вид

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{A_0}{2} K_0(0) + \frac{A_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} K_n(0) \cos(n\Omega t + \psi_n) + \\ + \sum_{m=1}^{m_{\max}} A_m K_0(m\omega_c) \cos(m\omega_c t + \varphi_{0m} - \theta_m) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{\infty} A_m K_n(m\omega_c) \times \\ \times \{ \cos[(m\omega_c + n\Omega)t + \varphi_{nm} + \psi_n - \theta_m] + \\ + \cos[(m\omega_c - n\Omega)t + \varphi_{mn} - \psi_n - \theta_m] \}, \quad (I.14)$$

где  $K_0$  — коэффициент передачи для постоянной составляющей,  $m$  — номер гармоники входного сигнала,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\varphi_{nm}$  — аргумент функции  $K_n(jm\omega_c)$ .

Если в (1.12)

$$2K_0(j\omega) = K_n(j\omega) = K; \quad \psi_n = 0, \quad (1.15)$$

то в (1.14) сумма составляющих с частотами  $m\omega_c$  —  $n\Omega = m(\omega_c - \Omega)$  представляет собой преобразованный периодический сигнал той же формы, что и (1.13), но с меньшей частотой повторения  $(\omega_c - \Omega)$ . При этом частоты всех составляющих входного сигнала (1.13) уменьшаются в одинаковое число раз:

$$q_T = \omega_c / (\omega_c - \Omega), \quad (1.16)$$

являющееся коэффициентом трансформации.

Преобразованный сигнал из выходного напряжения (1.14) можно выделить при помощи фильтра нижних частот. В общем случае из выходного напряжения (1.14) можно выделить составляющие с частотами  $m(b_n\omega_c - c_n\Omega)$ , где  $b_n$  и  $c_n$  — заданные целые числа (индексы выборки). При этом

$$q_T = \frac{b_n\omega_c}{(b_n\omega_c - c_n\Omega)} = \frac{b_n\omega_c}{\omega_{np}}, \quad (1.17)$$

где  $\omega_{np}$  — частота повторения преобразованного сигнала.

При  $b_n > 1$  в формировании преобразованного сигнала принимают участие лишь гармоники входного сигнала с порядковыми номерами  $mb_n$ , при  $c_n > 1$  — лишь гармоники частной передаточной функции с порядковыми номерами  $mc_n$ . Выбор необходимых значений  $b_n$  и  $c_n$  при данных  $\omega_c$  и  $\Omega$  производит сам фильтр нижних частот. Условию (1.15) удовлетворяет частная передаточная функция  $K_q(j\omega, t) = K_q(t)$ , имеющая на оси времени вид периодической последовательности дельта-импульсов. В результате перемножения входного сигнала на такую частную передаточную функцию на выходе появится импульсно-модулированное напряжение (1.14), спектры которого показаны на рис. 1.6. Так как на  $c_n$  периодов входного сигнала (при  $b_n = 1$ , что практически имеет место) будет приходиться не более одного дельта-импульса, то огибающая АИМ колебания будет иметь ту же форму, что и входной сигнал (1.13), но растянутую во времени в  $q_T$  раз (см. рис. 1.1). Из рис. 1.6 видно, что при недостаточном количестве гармоник в спектре строб-



импульсов невозможно выделить фильтром нижних частот неискаженный преобразованный сигнал. На основе всех этих рассуждений и математических выкладок

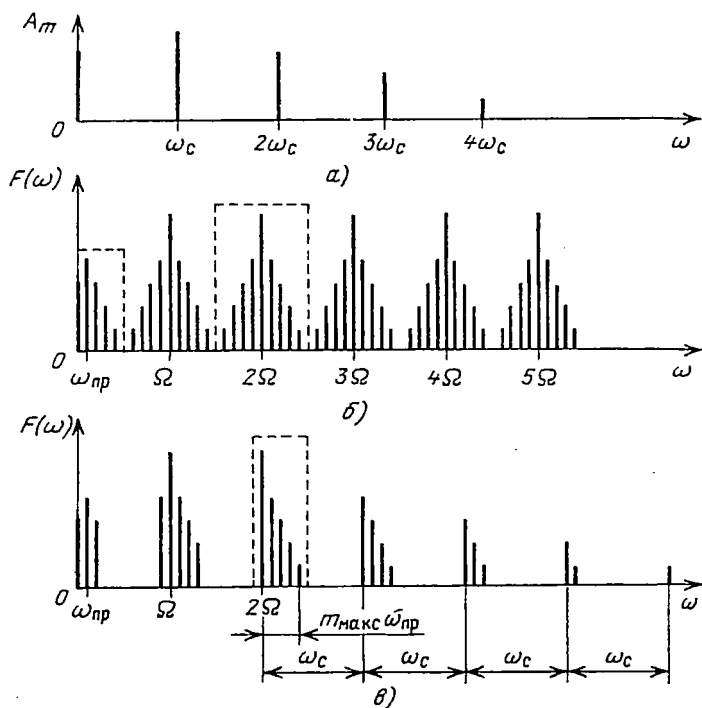


Рис. 1.6. Спектр напряжения на выходе смесителя стробоскопического преобразователя (при  $b_H = c_H = 1$ ):

*a* — спектр входного сигнала ( $m_{\max} = 4$ ); *б* — спектр напряжения на выходе смесителя при неограниченном спектре стробимпульсов; *в* — спектр напряжения на выходе смесителя при ограниченном спектре стробимпульсов ( $m_{\max} = 2$ ) (пунктирными линиями показаны полосы частот, которые могут выделяться фильтрами).

можно построить эквивалентную схему идеального стробоскопического преобразователя временного масштаба периодических сигналов (рис. 1.7).

В реальных условиях получить частную передаточную функцию параметрической цепи в виде дельта-импульсов невозможно, так как для этого требуются стробимпульс бесконечно малой длительности и безынерционная управляемая параметрическая цепь. Интересно отметить, что даже в том случае, когда параметриче-

ская цепь безынерционна (все коэффициенты ряда (I.12) не зависят от частоты), преобразователь является частотно-зависимым, если импульсы частной передаточной функции имеют конечную длительность (т. е. коэффициенты ряда (I.12) не равны между собой).

Амплитудно-частотная характеристика стробоскопического преобразователя при  $\Omega = \text{const}$  представляет собой совокупность значений  $K_m(m\omega_c)$  при переменном

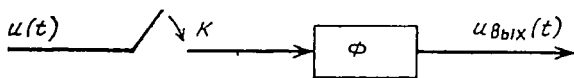


Рис. I.7. Эквивалентная схема идеального стробоскопического преобразователя:

$K$  — идеальный ключ, включаемый на бесконечно малое время с периодом повторения  $2\pi/\Omega$ ,  $\Phi$  — идеальный фильтр.

значении  $m$ . Очевидно, для линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов с ограниченным спектром условие (I.15) должно выполняться для  $1 \leq n \leq m_{\text{макс}}$ , если на выходе преобразователя стоит фильтр нижних частот. Это значит, что полоса пропускания реального стробоскопического преобразователя с идеальным фильтром нижних частот равна ширине спектра частной передаточной функции  $K_{\text{ч}}(j\omega, t)$ .

Как видно из рис. I.6, в, при выделении преобразованного сигнала из спектральной полосы, прилегающей справа к несущей  $\Omega = m_{\text{макс}}\Omega/2$ , количество гармоник  $l$  в спектре частной передаточной функции будет вдвое меньше количества гармоник в спектре входного сигнала [условие (I.15) должно удовлетворяться для  $1 \leq n \leq m_{\text{макс}}/2$ ]. В этом смысле такой способ фильтрации имеет преимущество перед фильтрацией при помощи фильтра нижних частот. Однако это преимущество можно практически реализовать при фиксированных параметрах входных сигналов, когда не требуется перестройка полосового фильтра.

Таким образом, для расширения полосы пропускания стробоскопического преобразователя необходимо расширять спектр частной передаточной функции, т. е. уменьшать длительность ее импульсов во времени. Если частная передаточная функция симметрична относительно оси времени, то фазовые искажения в полосе пропускания преобразователя отсутствуют.

Принципиально возможно корректировать неидеальность частной передаточной функции, расширяя тем самым полосу пропускания преобразователя, с помощью выходных фильтров со специальной частотной характеристикой [5, 28]. Однако практическая реализация этой идеи встречает большие трудности.

Для неискаженного преобразования временного масштаба необходимо, чтобы отсутствовали перекрестные искажения. Как видно из рис. 1.6, условие отсутствия перекрестных искажений при использовании фильтра нижних частот имеет вид

$$m_{\text{макс}}\omega_{\text{пр}} < \Omega/2, \quad (1.18)$$

где  $\omega_{\text{пр}} = b_n\omega_c - c_n\Omega$  — частота повторения преобразованного сигнала.

Отсюда, с учетом (1.17), минимально допустимый коэффициент трансформации, при котором исключаются перекрестные искажения, равен

$$q_{\text{т мин}} \approx 2\omega_{\text{в}}/\omega_c, \quad (1.19)$$

где  $\omega_{\text{в}}$  — верхняя круговая частота в спектре входного сигнала.

В формуле (1.18) величина  $m_{\text{макс}}\omega_{\text{пр}}$  определяет верхнюю частоту преобразованного сигнала, а  $\Omega$  — частоту повторения импульсов в АИМ колебании на выходе параметрической цепи. Другими словами, формула (1.18) отражает требования теоремы Котельникова.

Если разделить обе части неравенства (1.18) на коэффициент трансформации  $q_{\text{т}}$ , то можно сформулировать требования теоремы Котельникова, приведенные к временному масштабу входного сигнала:

$$\Delta t \leq \pi/\omega_{\text{в}}, \quad (1.20)$$

где  $\Delta t$  — шаг считывания (временное расстояние между соседними дискретными значениями входного сигнала, приведенное к одному его периоду).

В частном случае, когда фильтрация преобразованного сигнала производится из верхней боковой полосы, прилегающей к  $l\Omega = m_{\text{макс}}\Omega/2$  и частная передаточная функция содержит лишь  $n_{\text{макс}} = m_{\text{макс}}/2$  членов, неравенство (1.18) может быть ослаблено вдвое.

В настоящее время в стробоскопических преобразователях чаще всего применяется способ выделения аналогового преобразованного сигнала при помощи филь-

ра нижних частот. В некоторых случаях в качестве преобразованного сигнала используется АИМ колебание непосредственно на выходе параметрической цепи. Кроме того, используется режим преобразования при  $b_{н}=1$  и  $c_{н} \geq 1$ . Изменяя величину  $c_{н}$  при постоянной или незначительно изменяемой частоте стробимпульсов  $\Omega$ , можно получить необходимый коэффициент трансформации при различных частотах повторения входного сигнала  $\omega_c$ .

#### 4.2. Гетеродинное преобразование

В основу гетеродинного преобразования временного масштаба периодических сигналов в зависимости от построения преобразователя может быть положен способ частотных выборок [48] или многочастотное гетеродинирование [19].

С технической точки зрения идея многочастотного гетеродинирования заключается в использовании на выходе параметрической цепи гребенчатого фильтра, обеспечивающего выполнение условий  $K_n(m\omega_c) = K$  и  $\varphi_{nm} - \varphi_n = 0$  для всех составляющих преобразованного сигнала. Для отдельной регулировки амплитуды и фазы каждой гармоники преобразованного сигнала требуется количество избирательных фильтров, равное количеству гармоник, содержащихся в спектре преобразованного сигнала. Как следует из этого, многочастотному гетеродинированию присущ принципиальный недостаток — сложность (а в некоторых случаях и невозможность) реализации при входных сигналах с большой скважностью.

Техническая реализация идеи частотных выборок значительно проще, так как коррекции подлежат амплитуды и фазы лишь определенных гармоник преобразованного сигнала с частотами  $p(b_{н}\omega_c - \Omega)$ , где  $p=1, 2, 3, \dots$ . Остальные гармоники преобразованного сигнала из выходного напряжения параметрической цепи (1.14) избирательными фильтрами не выделяются. При этом количество избирательных фильтров по сравнению с многочастотным гетеродинированием резко уменьшается (в  $b_{н}$  раз), т. е. появляется возможность линейного преобразования временного масштаба периодических сигналов с более высокой скважностью. Способ гетеродинного преобразования временного масштаба с по-

мощью частотных выборок отличается от стробоскопического при  $b_n > 1$  лишь наличием избирательных фильтров.

Способ частотных выборок основан на следующем положении. Пусть комплексные амплитуды гармоник  $\dot{A}_m$  в спектре периодического сигнала  $f(t)$  равны

$$\dot{A}_m = \frac{2}{T} \int_0^{\tau_n} f(t) \exp\left(-\frac{j2\pi mt}{T}\right) dt, \quad (1.21)$$

где  $\tau_n$  — конечная длительность сигнала,  $T$  — его период.

При уменьшении периода  $T$  в целое число  $b_n$  раз комплексная амплитуда  $p$ -ой гармоники равна

$$\dot{A}_p^1 = \frac{2b_n}{T} \int_0^{\tau_n} f(t) \exp\left(-\frac{j2\pi pb_n t}{T}\right) dt. \quad (1.22)$$

Если в (1.21) положить  $m = pb_n$ , то

$$\dot{A}_{pb} = \frac{2}{T} \int_0^{\tau_n} f(t) \exp\left(-\frac{j2\pi pb_n t}{T}\right) dt, \quad (1.23)$$

а отношение  $\dot{A}_p^1 / \dot{A}_{pb} = b_n = \text{const.}$

Таким образом, при выделении из спектра периодического сигнала гармоник с порядковым номером  $pb_n$  образуется новый сигнал той же формы, но имеющий частоту повторения в  $b_n$  раз выше и амплитуду в  $b_n$  раз меньше. Так как в рассматриваемом случае выходной сигнал формируется из преобразованных по частоте гармоник входного сигнала с порядковым номером  $pb_n$ , то его скважность отличается от скважности входного сигнала.

Способ частотных выборок принципиально пригоден лишь для сигналов, мгновенные значения которых равны нулю при  $t > \tau_n$ . Использование его для преобразования временного масштаба других сигналов может привести к некоторой погрешности воспроизведения формы, величина которой будет тем меньше, чем меньше отличаются от нуля мгновенные значения сигнала за пределами выбранной величины  $\tau_n$ . Практически эта погрешность может быть сведена к незначительной величине при достаточном количестве избирательных фильтров.

В гетеродинных преобразователях (рис. 1.8) коррекция параметров частной передаточной функции, не удовлетворяющей условию (1.15), при помощи избирательных фильтров принципиально позволяет отказаться

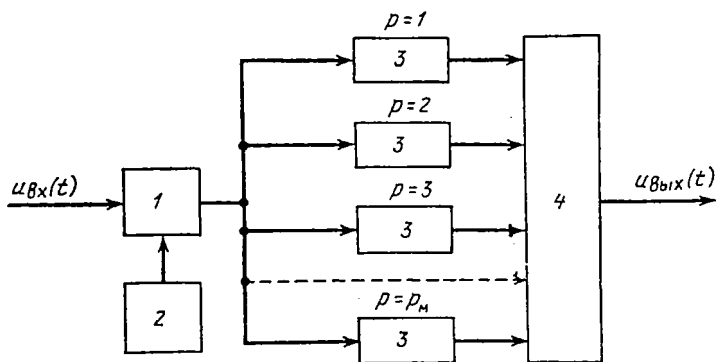


Рис. 1.8. Структурная схема гетеродинного преобразователя:  
1 — параметрический элемент; 2 — гетеродин; 3 — гребенчатый фильтр;  
4 — сумматор.

от управляющего напряжения в виде коротких стробимпульсов и использовать напряжение гармонической формы. Однако это преимущество можно реализовать лишь при небольшой скважности входных сигналов, требующей небольшого количества избирательных фильтров на выходе.

В общем случае гребенчатый фильтр, помимо входных избирательных фильтров, включает в себя также несколько усилителей промежуточных частот  $p(b_n\omega_c - \Omega)$ , количество которых равно количеству гармоник в спектре преобразованного сигнала. Напряжение на выходе сумматора имеет ту же форму, что и входной сигнал, но растянуто во времени в  $q_T$  раз:

$$q_T = b_n\omega_c / (b_n\omega_c - \Omega). \quad (1.24)$$

При  $b_n=1$  способ частотных выборок становится тождественным способу многочастотного гетеродинирования. На рис. 1.9 показаны спектры напряжений на выходе параметрического элемента при  $b_n=1$  и  $b_n=2$ .

Практически настройка гребенчатого фильтра 3 (рис. 1.8) фиксирована. Тогда при данных величинах частоты повторения и верхней частоты спектра входного сигнала разностные частоты равны  $p(b_n\omega_c - \Omega)$ . Таким

образом, гармоники преобразованного сигнала получаются при преобразовании каждой  $b_{II}$ -ой гармоники входного сигнала, т. е. частот  $pb_{II}\omega_c$ .

Величина  $b_{II}$  не может быть как угодно большой, так как при определенном значении  $b_{II}$  скважность преобразованного

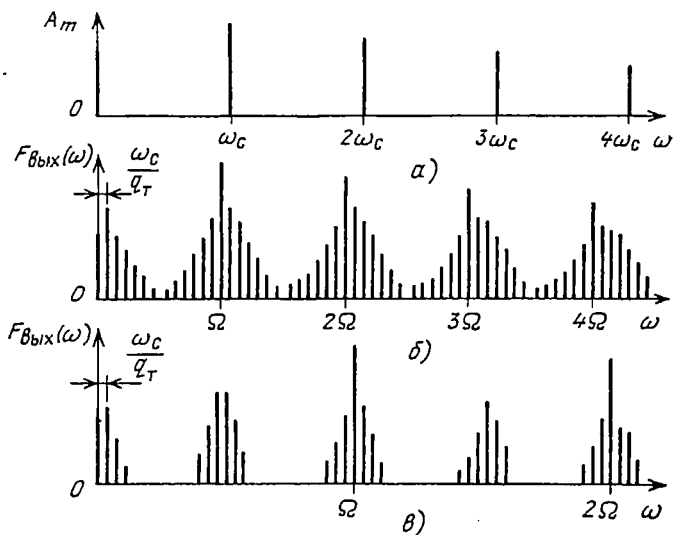


Рис. 1.9. Спектр напряжения на выходе смесителя гетеродинного преобразователя:

*a* — спектр входного сигнала ( $m_{\text{макс}} = 4$ ); *б* — спектр напряжения на выходе смесителя при  $b_{II} = 1$ ; *в* — спектр напряжения на выходе смесителя при  $b_{II} = 2$ .

зованного сигнала может стать меньше единицы (соседние периоды сигнала перекроются), что приведет к неустранимым искажениям его формы. Максимально возможное значение  $b_{II \text{ макс}}$  должно выбираться из условия, чтобы длительность преобразованного сигнала была не больше его периода, т. е.

$$\tau_{\text{вх}} q_T \leq 2\pi / (b_{II} \omega_c - \Omega) \quad (1.25)$$

или

$$\tau_{\text{вх}} b_{II} \omega_c / (b_{II} \omega_c - \Omega) \leq 2\pi / (b_{II} \omega_c - \Omega).$$

Отсюда

$$b_{II \text{ макс}} = 2\pi / \omega_c \tau_{\text{вх}} = T_{\text{вх}} / \tau_{\text{вх}}, \quad (1.26)$$

где  $T_{\text{вх}}$  и  $\tau_{\text{вх}}$  — период и длительность входного сигнала соответственно.

Таким образом, величина  $b_{н\text{ макс}}$  равна скважности входного сигнала. Как будет показано далее, существует оптимальное значение  $b_{н}$ , обеспечивающее наилучшую точность воспроизведения формы преобразованного сигнала при заданном количестве избирательных фильтров.

Минимальное значение  $\Omega$  в гетеродинном преобразователе выбирается из условия отсутствия перекрестных искажений, которое, как и для стробоскопического преобразователя, выражается формулой (I.18), где  $\omega_{пр} = b_{н}\omega_c - \Omega$ .

### 4.3. Радиоимпульсное преобразование

Рассмотрим возможность линейного преобразования временного масштаба периодических сигналов в параметрических цепях с частной передаточной функцией

$$K_{ч}(j\omega, t) = K_0 \cos \Omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \cos [(\Omega_0 + n\Omega)t + \cos [(\Omega_0 - n\Omega)t], \quad (I.27)$$

при  $K_n = K$ .

В частности, такую передаточную функцию в широком диапазоне значений  $n$  можно получить, если безынерционный параметрический элемент (например, полупроводниковый диод) обладает квадратичной вольт-амперной характеристикой, а в качестве управляющего напряжения используются достаточно короткие радиоимпульсы, описываемые временной функцией, аналогичной (I.27).

Если на вход рассматриваемой параметрической цепи подать периодический сигнал (I.13), то в выходном напряжении будет содержаться член с частотой  $m\omega_c - \Omega_0 + n\Omega$ , который при  $n = \Omega_0/\Omega - m$  представляет собой гармоники преобразованного сигнала. Следовательно, для линейного преобразования необходимо, чтобы отношение  $\Omega_0/\Omega$  было целым числом, превышающим номер высшей гармоники в спектре входного сигнала ( $\Omega_0/\Omega > m_{\text{макс}}$ ), а количество гармоник в спектре огибающей передаточной функции (I.27) удовлетворяло условию  $m_{\text{макс}} \leq n_{\text{макс}} = \Omega_0/\Omega - 1$ .



Преобразованный сигнал можно выделить при помощи либо фильтра нижних частот, либо полосового фильтра. Коэффициент трансформации равен

$$q_T = \omega_c / (\omega_c - \Omega). \quad (1.28)$$

Как следует из структуры спектра выходного напряжения, условия отсутствия перекрестных искажений при использовании фильтра нижних частот, учитывая влияние зеркальных («отрицательных») частот, могут быть записаны в виде

$$\Omega_0 > m_{\text{макс}} \cdot \omega_c; \quad (1.29)$$

$$\Omega/2 > m_{\text{макс}} (\omega_c - \Omega). \quad (1.30)$$

Линейное преобразование временного масштаба периодических сигналов возможно также при укороченной передаточной функции (1.27) с  $K_0=0$  и одной боковой полосой  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(\Omega_0 - n\Omega)t$ .

В реальных условиях частную передаточную функцию (1.27) можно реализовать лишь в определенном диапазоне частот. Зависимость  $K_n(\omega_c m)$ , где  $n = \Omega_0/\Omega - m$ , определяет амплитудно-частотную характеристику преобразователя.

## 5. Линейное преобразование периодически повторяющихся амплитудно-модулированных колебаний

Покажем, что при определенных условиях рассмотренные параметрические цепи могут быть использованы для линейного преобразования временного масштаба периодически повторяющихся АМ колебаний.

### 5.1. Стробоскопическое преобразование

Рассмотрим воздействие на параметрическую цепь с частной передаточной функцией (1.12) АМ колебания:

$$u(t) = [1 + Mf(t)] \cos(\omega_0 t + \theta_0), \quad (1.31)$$

где  $f(t)$  — периодический модулирующий сигнал,  $|f(t)| \leq 1$ ;  $M \leq 1$  — коэффициент модуляции;  $\omega_0$  и  $\theta_0$  —

круговая частота и начальная фаза несущего колебания. Пусть

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m \cos(m\omega_c t - \theta_m), \quad (1.32)$$

где  $\omega_c$  — круговая частота повторения модулирующего сигнала.

Тогда на выходе параметрической цепи появится напряжение

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) = & \left(1 + \frac{MA_0}{2}\right) K_0(\omega_0) \cos(\omega_0 t + \theta_0 + \varphi_0) + \\ & + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{MA_0}{2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} K_n(\omega_0) \{ \cos[(\omega_0 + n\Omega)t + \theta_0 + \\ & + \varphi_n + \psi_n] + \cos[(\omega_0 - n\Omega)t + \theta_0 + \varphi_n - \psi_n] \} + \\ & + \frac{M}{2} \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m K_0(\omega_0 + m\omega_c) \cos[(\omega_0 + m\omega_c)t + \theta_0 + \\ & + \varphi_{0m} - \theta_m] + \frac{M}{2} \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m K_0(\omega_0 - m\omega_c) \cos[(\omega_0 - m\omega_c)t + \\ & + \theta_0 + \varphi_{0m} + \theta_m] + \frac{M}{4} \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} \sum_{n=1}^{\infty} A_m \times \\ & \times K_n(\omega_0 + m\omega_c) \{ \cos[(\omega_0 + m\omega_c + n\Omega)t + \\ & + \theta_0 + \varphi_{nm} + \psi_n - \theta_m] + \cos[(\omega_0 + m\omega_c - n\Omega)t + \\ & + \theta_0 + \varphi_{nm} - \psi_n - \theta_m] \} + \frac{M}{4} \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} \sum_{n=1}^{\infty} A_m \times \\ & \times K_n(\omega_0 - m\omega_c) \{ \cos[(\omega_0 - m\omega_c + n\Omega)t + \\ & + \theta_0 + \varphi_{nm} + \psi_n + \theta_m] + \cos[(\omega_0 - m\omega_c - n\Omega)t + \\ & + \theta_0 + \varphi_{nm} - \psi_n + \theta_m] \}, \quad (1.33) \end{aligned}$$

в спектре которого будут содержаться составляющие преобразованного сигнала. Вид этих составляющих, подлежащих выделению из напряжения (1.33), зависит от цели преобразования, которая может заключаться либо

в линейном преобразовании временного масштаба АМ колебания, либо в линейном преобразовании временного масштаба огибающей и в одновременном непропорциональном изменении несущей частоты.

**Преобразование АМ колебания.** В этом случае частоты всех составляющих спектра входного сигнала должны изменяться в одинаковое число раз, т. е. при временном расширении

$$q_T = \frac{\omega_0}{\omega_0 - \alpha_0 \Omega} = \frac{\omega_0 + m\omega_c}{\omega_0 + m\omega_c - \alpha_{1m}\Omega} = \frac{\omega_0 - m\omega_c}{\omega_0 - m\omega_c - \alpha_{2m}\Omega}. \quad (I.34)$$

Величины  $\alpha_0$ ,  $\alpha_{1m}$  и  $\alpha_{2m}$  определяют значения  $n$  в (I.33), при которых (I.34) удовлетворяется. Индекс  $m$  при коэффициентах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  соответствует номеру гармоники огибающей.

При заданных  $q_T$  и  $\Omega$  однозначно определяется значение  $n = \alpha_0$ . Тогда из (I.34) получим

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1m} &= \alpha_0 (\beta_0 + m)/\beta_0; \\ \alpha_{2m} &= \alpha_0 (\beta_0 - m)/\beta_0; \\ 0,5(\alpha_{1m} + \alpha_{2m}) &= \alpha_0, \end{aligned} \right\} \quad (I.35)$$

где  $\beta_0 = \omega_0/\omega_c$ ,  $1 \leq m \leq m_{\text{макс}}$ ,  $m < \beta_0$ . Величина  $m_{\text{макс}} \omega_c$  определяет эффективную ширину спектра модулирующего сигнала (огибающей входного сигнала).

Если в преобразователе используется стробоскопический принцип, то в (I.33)

$$2K_0 = K_n = K; \quad \varphi_{0m} = \varphi_n = \varphi_{nm} = 0; \quad \psi_n = 0.$$

Выделяя из (I.35) составляющие с частотами  $\omega_0 - \alpha_0 \Omega$ ,  $\omega_0 + m\omega_c - \alpha_{1m}\Omega$ ,  $\omega_0 - m\omega_c - \alpha_{2m}\Omega$ , получим амплитудно-модулированное колебание той же формы, что и (I.31), но растянутое во времени в  $q_T$  раз (рис. I.10). Условие целости  $\alpha_{1m}$  и  $\alpha_{2m}$  определяет возможные значения  $q_T$  при заданной частоте  $\Omega$ . Очевидно, стробоскопическое преобразование АМ колебаний всегда возможно при целых значениях  $\beta_0$  и соответствующем выборе  $\alpha_0$  (I.35). Условие отсутствия перекрестных искажений, с учетом зеркальных частот, при выделении из (I.33) преобразованного сигнала фильтром нижних частот имеет вид

$$\Omega > 2(\omega_0 + m_{\text{макс}} \omega_c - \alpha_{1\text{макс}} \Omega), \quad (I.36)$$

где правая часть представляет собой удвоенную верхнюю частоту в спектре преобразованного сигнала, или

$$\Omega > 2\omega_B/q_T, \quad (I.36a)$$

где  $\omega_B = \omega_0 + m_{\text{макс}} \omega_c$  — верхняя частота в спектре входного сигнала.

После преобразования (I.36) получим

$$\Omega > \frac{2\omega_B}{1 + 2\alpha_{1\text{макс}}} \approx \frac{\omega_B}{\alpha_0 (\beta_0 + m_{\text{макс}})/\beta_0}. \quad (I.37)$$

Отсюда с учетом (I.34) следует, что минимальный коэффициент трансформации, обеспечивающий отсутствие перекрестных искажений при заданных значениях  $\alpha_0/\beta_0$ , равен

$$q_{T \text{ мин}} = \frac{1}{1 - 2\alpha_0\omega_c/[\beta_0 + 2\alpha_0(\beta_0 + m_{\text{макс}})]\omega_c}. \quad (\text{I.38})$$

Шаг считывания, обеспечивающий отсутствие перекрестных искажений, равен периоду единичных импульсов передаточной функ-

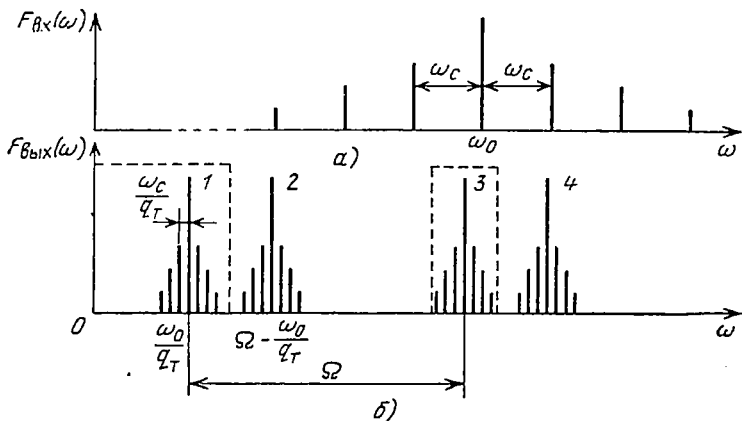


Рис. 1.10. Спектр напряжения на выходе смесителя стробоскопического преобразователя АМ колебаний:

*а* — спектр входного сигнала ( $m_{\text{макс}} = 3$ ); *б* — спектр напряжения на выходе смесителя; пунктирными линиями показаны полосы частот, которые могут выделяться фильтрами; спектральная группа 1 — линейно преобразованный АМ сигнал, 2, 3, 4 — колебания с линейно преобразованной огибающей, причем 2 и 4 — зеркальные отражения „отрицательных“ частот.

ции  $2\pi/\Omega$  (где  $\Omega$  определяется из I.36, *а*), деленному на коэффициент трансформации, т. е.

$$\Delta t \leq \pi/\omega_c. \quad (\text{I.39})$$

**Преобразование огибающей.** В этом случае линейному преобразованию временного масштаба подвергается лишь огибающая, а несущая частота изменяется непропорционально изменению частот гармонических составляющих в спектре огибающей.

Пусть несущая частота преобразованного (расширенного во времени) сигнала равна  $\omega_0 - \alpha_0\Omega$ . Тогда боковые частоты равны  $\omega_0 - \alpha_0\Omega \pm (m\omega_c - \alpha_m\Omega)$ .

Для линейного преобразования временного масштаба огибающей должно выполняться условие

$$m\omega_c/(m\omega_c - \alpha_m\Omega) = q_T. \quad (\text{I.40})$$

Из (I.40) находим

$$\alpha_m = m\omega_c(q_T - 1)/q_T\Omega. \quad (\text{I.41})$$

Выделяя с помощью фильтра нижних частот составляющие преобразованного сигнала с частотами  $\omega_0 - \alpha_0 \Omega$ ,  $\omega_0 + m\omega_c - (\alpha_0 + \alpha_m) \Omega$  и  $\omega_0 - m\omega_c - (\alpha_0 - \alpha_m) \Omega$ , получим АМ сигнал с несущей частотой  $\omega_0 - \alpha_0 \Omega$  и растянутой во времени огибающей.

Значение  $\alpha_0$  выбирается из условия получения желаемого коэффициента трансформации несущей частоты  $q_0$ :

$$\omega_0 / (\omega_0 - \alpha_0 \Omega) = q_0,$$

т. е.

$$\alpha_0 = (\omega_0 / \Omega) (1 - 1/q_0). \quad (1.42)$$

Условие отсутствия перекрестных искажений имеет вид

$$\Omega > 2 [\omega_0 + m_{\text{макс}} \omega_c - (\alpha_0 + \alpha_{\text{макс}}) \Omega], \quad (1.43)$$

откуда

$$\Omega > 2\omega_0 / [1 + 2(\alpha_0 + \alpha_{\text{макс}})], \quad (1.43a)$$

где  $\alpha_{\text{макс}}$  соответствует значению  $\alpha_m$  в (1.41) при  $m = m_{\text{макс}}$ . При этом необходимый шаг считывания вычисляется по формуле (1.39)

Пользуясь в рассмотренных случаях полосовыми фильтрами, можно выделить из выходного напряжения (1.33) преобразованный сигнал, расположенный как на участке диапазона частот  $0 \div \Omega$ , так и на любом ином участке спектра (1.33), по аналогии с выделением преобразованного видеопульса (см. рис. 1.10).

Если требуется преобразовать огибающую с сохранением частоты несущей и избежать перекрестных искажений, можно использовать передаточную функцию, спектр которой равномерен в диапазоне частот  $0 \leq |\omega| \leq 2(\omega_0 - m_{\text{макс}} \omega_c)$  и равен нулю за пределами этой полосы. Таким спектром обладает функция

$$K(t) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \cos n\Omega t = \frac{1}{2N+1} \frac{\sin 0,5(2N+1)\Omega t}{\sin(0,5\Omega t)}, \quad (1.44)$$

где

$$N \leq \omega_0 / m_{\text{макс}} \omega_c - 1.$$

Выражение (1.44) определяет реакцию фильтра нижних частот с полосой пропускания  $2(\omega_0 - m_{\text{макс}} \omega_c)$  при воздействии на него периодической последовательности дельта-импульсов. Так как эта функция существенно отличается от нуля лишь в интервалах времени  $kT_H - T_H/(2N+1) < t < kT_H + T_H/(2N+1)$ , где  $T_H = 2\pi/\Omega$ ,  $k$  — целое число, то ее с некоторой погрешностью можно аппроксимировать периодической последовательностью прямоугольных импульсов с длительностью  $2\pi/\omega_0 \leq t_H \leq \pi/m_{\text{макс}} \omega_c$ . Таким образом, используя идеальный полосовой фильтр, настроенный на несущую частоту входного сигнала, с полосой пропускания, равной удвоенной ширине спектра модулирующего сигнала, и длинный стробимпульс, можно получить преобразование временного масштаба огибающей (не только для АМ, но и для любых полосовых сигналов). При этом в (1.39)  $\omega_0$  заменяется на  $m_{\text{макс}} \omega_c$ .

## 5.2. Радиоимпульсное преобразование

Пусть АМ сигнал (I.31) воздействует на параметрическую цепь с частной передаточной функцией

$$K_{\text{ч}}(j\omega, t) = K \left[ \cos \Omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} \cos (\Omega_0 + n\Omega) t + \sum_{n=1}^{\infty} \cos (\Omega_0 - n\Omega) t \right]. \quad (I.45)$$

Тогда в выходном напряжении параметрической цепи будут содержаться составляющие с частотами  $(\omega_0 - \Omega_0)$ ,  $\omega_0 - \Omega_0 - (m\omega_c - n\Omega)$ ,  $\omega_0 - \Omega_0 + (m\omega_c - n\Omega)$ . Выделяя эти составляющие фильтром нижних частот при соответствующих значениях  $n = \alpha_m$  и  $m\omega_c \neq n\Omega$ , можно получить преобразованный (расширенный во времени) АМ сигнал.

Для линейного преобразования временного масштаба необходимо, чтобы частоты всех составляющих спектра входного сигнала (I.31) изменялись в одинаковое число раз, равное

$$q_{\tau} = \frac{\omega_0}{\omega_0 - \Omega_0} = \frac{\omega_0 + m\omega_c}{\omega_0 - \Omega_0 + m\omega_c - \alpha_m \Omega} = \frac{\omega_0 - m\omega_c}{\omega_0 - \Omega_0 - m\omega_c + \alpha_m \Omega}. \quad (I.46)$$

Отсюда

$$\alpha_m = (\Omega_0 / \Omega) (m\omega_c / \omega_0). \quad (I.47)$$

Так как  $\alpha_m$  должно быть целым числом для всех значений  $m$ , то необходимо, чтобы удовлетворялось соотношение  $\Omega_0 / \Omega = n_1 (\omega_0 / \omega_c)$ , где  $n_1$  — целое число.

Условие отсутствия перекрестных искажений при выделении преобразованного сигнала с помощью ФНЧ имеет вид

$$\Omega > 2 (\omega_0 - \Omega_0 + m_{\text{макс}} \omega_c - \alpha_{\text{макс}} \Omega), \quad (I.48)$$

или

$$\Omega > 2 [\omega_{\text{в}} - \Omega_0 (1 + m_{\text{макс}} \omega_c / \omega_0)], \quad (I.48a)$$

где  $\omega_{\text{в}}$  — верхняя частота спектра входного сигнала,  $\alpha_{\text{макс}}$  — значение  $\alpha_m$  в (I.47) при  $m = m_{\text{макс}}$ .

Линейное преобразование временного масштаба АМ сигнала (I.31) можно получить и в параметрической цепи с укороченной передаточной функцией (I.27) при

$K_0=0$  и  $K_n=K$ , или при отсутствии одной из частотных боковых полос в выражении (I.27).

При помощи параметрической цепи с частной передаточной функцией (I.45) можно также осуществлять линейное преобразование огибающей АМ сигнала независимо от изменения частоты несущей. При этом из входного напряжения выделяются составляющие с частотами

$$(\omega_0 - \Omega_0), \quad \omega_0 - \Omega_0 - (m\omega_c - \alpha_m \Omega), \quad \omega_0 - \Omega_0 + (m\omega_c - \alpha_m \Omega),$$

где  $\Omega_0$  выбирается исходя из заданного коэффициента трансформации несущей частоты в соответствии с (I.46), а  $\alpha_m$  подсчитывается по формуле (I.41). Величина  $\Omega$  при использовании фильтра нижних частот должна превосходить удвоенную верхнюю частоту преобразованного сигнала. На выходе параметрической цепи (I.45) для выделения преобразованного сигнала могут использоваться также полосовые фильтры.

Сравним с точки зрения «экономичности» частные передаточные функции (I.12) и (I.45). Как показывает анализ, линейное преобразование временного масштаба АМ сигналов при помощи параметрической цепи с передаточной функцией (I.45) требует меньшего числа гармоник в спектре огибающей этой функции, чем при использовании функции (I.12) или «укороченной» передаточной функции (I.45), в которой отсутствует несущая частота или одна боковая полоса. Отсюда видно, что линейное преобразование временного масштаба АМ колебаний можно осуществить лишь при определенных и, в отличие от периодических сигналов, весьма критичных к значениям коэффициентов трансформации условиях.

Периодически повторяющиеся колебания с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ) принципиально могут подвергаться линейному преобразованию временного масштаба при помощи тех же параметрических цепей, что и АМ колебания. Действительно, спектр периодически повторяющегося АИМ сигнала представляет собой совокупность спектров огибающей и ряда АМ колебаний, отличающихся лишь несущими частотами, кратными между собой, и имеющих огибающие, совпадающие по форме с огибающей АИМ колебания. При воздействии АИМ сигнала на линейную по отношению к входному сигналу параметрическую цепь на ее выходе

образуется напряжение, содержащее составляющие, характеризующие форму входного сигнала в трансформированном масштабе времени. Например, выходное напряжение параметрической цепи с частной передаточной функцией (I.45) будет содержать составляющие с частотами вида  $(k\omega_0 - \Omega_0 - n\Omega)$ , где  $k$  — целое число,  $\omega_0$  — частота повторения импульсов во входном АИМ сигнале (она же наименьшая несущая частота АМ колебания в спектре АИМ), из которых можно выделить необходимые преобразованные несущие частоты АМ колебаний при значениях  $n = \alpha_{0k}$ , определяемых для каждого  $k$  из соотношения

$$k\omega_0 / (k\omega_0 - \Omega_0 - \alpha_{0k}\Omega) = q_T.$$

Из составляющих с частотами вида

$$(k\omega_0 - \Omega_0 + m\omega_c - n\Omega) \quad \text{и} \quad (k\omega_0 - \Omega_0 - m\omega_c + n\Omega),$$

где  $\omega_c$  — первая гармоника огибающей АИМ, при значениях  $n = \alpha_{1mk}$  и  $n = \alpha_{2mk}$  соответственно, можно выделить необходимые преобразованные боковые частоты АМ колебаний. Эти значения коэффициентов  $\alpha$  можно определить из соотношения

$$q_T = \frac{k\omega_0 + m\omega_c}{k\omega_0 - \Omega_0 + m\omega_c - \alpha_{1mk}\Omega} = \frac{k\omega_0 - m\omega_c}{k\omega_0 - \Omega_0 - m\omega_c + \alpha_{2mk}\Omega}.$$

Индекс  $mk$  показывает, что величины  $\alpha_{mk}$  зависят как от  $m$ , так и от  $k$ . Наконец, из составляющих с частотами вида  $(m\omega_c - \Omega_0 + n\Omega)$  при  $n = \alpha_m$ , определяемых из соотношения  $m\omega_c / (m\omega_c - \Omega_0 + \alpha_m\Omega) = q_T$ , можно выделить преобразованные частоты огибающей.

В тех случаях, когда представляет интерес линейное преобразование временного масштаба огибающей АИМ сигнала, можно предварительно выделить модулирующий сигнал фильтром нижних частот, а затем подвергнуть его преобразованию, как обычный периодический сигнал.

Амплитудно-частотная характеристика реальных преобразователей временного масштаба амплитудно-модулированных колебаний определяется частотной зависимостью коэффициентов частных передаточных функций  $K_n(\omega_0 \pm m\omega_c)$ , где  $n = \alpha_{1m}, \alpha_{2m}$ . При этом надо иметь в виду, что в общем случае количество гармоник в спектре огибающей частной передаточной функции или в спектре самой частной передаточной функции (при стробоскопическом преобразовании), должно быть зна-



чительно больше, чем в спектре огибающей входного сигнала, так как лишь некоторые гармоники частной передаточной функции (с номерами  $\alpha_{1m}$  и  $\alpha_{2m}$ ) принимают участие в формировании преобразованного сигнала.

#### 6. Линейное преобразование ЧМ и ФМ колебаний

Пусть входной сигнал описывается функцией

$$u(t) = A \cos [\omega_0 t + \theta_1(t)], \quad (1.49)$$

т. е. мгновенная частота сигнала равна

$$\omega(t) = \omega_0 + d\theta_1(t)/dt. \quad (1.50)$$

Подадим этот сигнал на вход параметрической цепи, частная передаточная функция которой имеет вид

$$K_{\text{ч}}(j\omega, t) = K \cos [\Omega_0 t + \theta_2(t)], \quad (1.51)$$

а мгновенная частота функции (1.51) равна

$$\Omega(t) = \Omega_0 + d\theta_2(t)/dt. \quad (1.52)$$

На выходе этой цепи появится напряжение

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= AK \cos [\omega_0 t + \theta_1(t)] \cos [\Omega_0 t + \theta_2(t)] = \\ &= 0,5AK \{ \cos [(\omega_0 + \Omega_0)t + \theta_1(t) + \theta_2(t)] + \\ &\quad + \cos [(\omega_0 - \Omega_0)t + \theta_1(t) - \theta_2(t)] \}, \end{aligned} \quad (1.53)$$

представляющее собой сумму двух модулированных по углу колебаний с мгновенными частотами

$$\omega(t) + \Omega(t) = (\omega_0 + \Omega_0) + \frac{d\theta_1(t)}{dt} + \frac{d\theta_2(t)}{dt}, \quad (1.54)$$

$$\omega(t) - \Omega(t) = (\omega_0 - \Omega_0) + \frac{d\theta_1(t)}{dt} - \frac{d\theta_2(t)}{dt}. \quad (1.55)$$

Для временного расширения сигнала (сжатия спектра) нужно из (1.53) выделить член с мгновенной частотой (1.55). При линейном преобразовании временного масштаба необходимо выполнить равенство

$$\omega(t)/[\omega(t) - \Omega(t)] = q_{\tau}. \quad (1.56)$$

С учетом (1.50) и (1.55) выражение (1.56) принимает вид

$$\left( \omega_0 + \frac{d\theta_1(t)}{dt} \right) / \left( \omega_0 - \Omega_0 + \frac{d\theta_1(t)}{dt} - \frac{d\theta_2(t)}{dt} \right) = q_{\tau}, \quad (1.57)$$

откуда

$$\frac{d\theta_2(t)}{dt} = \left\{ (q_\tau - 1) \left[ \omega_0 + \frac{d\theta_1(t)}{dt} \right] - q_\tau \Omega_0 \right\} / q_\tau. \quad (1.58)$$

После подстановки в (1.52) получаем

$$\Omega(t) = \frac{q_\tau - 1}{q_\tau} \left[ \omega_0 + \frac{d\theta_1(t)}{dt} \right]. \quad (1.59)$$

Таким образом, параметрическая цепь с частной передаточной функцией (1.51) при выполнении (1.58) и наличии фильтра нижних частот с полосой пропускания  $(\omega_0 - \Omega_0 + \omega_{\text{пд}})$  или полосового фильтра с полосой пропускания  $2\omega_{\text{пд}}$ , где  $\omega_{\text{пд}}$  — максимальная девиация частоты преобразованного сигнала, может осуществлять линейное преобразование сигнала, модулированного по углу.

Для исключения перекрестных искажений необходимо, чтобы минимальная мгновенная частота (1.54) была выше максимальной мгновенной частоты (1.55). Крайние значения мгновенных частот будут в момент времени  $t$ , когда  $d\theta_2(t)/dt$  — максимальная отрицательная величина. Следовательно, должно удовлетворяться условие

$$\begin{aligned} (\omega_0 + \Omega_0) + \frac{d\theta_1(t)}{dt} - \left| \frac{d\theta_2(t)}{dt} \right|_{\text{макс}} > (\omega_0 - \Omega_0) + \\ + \frac{d\theta_1(t)}{dt} + \left| \frac{d\theta_2(t)}{dt} \right|_{\text{макс}} \end{aligned} \quad (1.60)$$

или

$$\left| \frac{d\theta_2(t)}{dt} \right|_{\text{макс}} < \Omega_0. \quad (1.61)$$

Очевидно, вместо частной передаточной функции (1.51) можно использовать ФИМ функцию, имеющую вид повторяющихся дельта-функций, период которых изменяется по закону (1.52), так как в этом случае в спектре выходного напряжения параметрической цепи сохраняются необходимые составляющие преобразованного сигнала. Это позволяет получить вариант стробоскопического преобразователя ФМ колебания.

## 7. Линейное преобразование аperiodически повторяющихся сигналов

Сигналы с непостоянным периодом повторения можно рассматривать как колебания с фазоимпульсной модуляцией (ФИМ, ЧИМ). Однако линейное преобразова-

ние временного масштаба аperiodически повторяющихся сигналов дает информацию лишь о форме входного импульса, а не о всех параметрах входного сигнала (например, о законе изменения частоты повторения).

Очевидно, в этом случае частная передаточная функция параметрической цепи (1.12) не должна повторяться строго периодически. Изменение периода повторения частной передаточной функции в дискретных преобразователях не приводит к изменению шага считывания  $\Delta t$  (1.20), который определяется лишь верхней частотой в спектре входного импульса. Шаг считывания равен периоду частной периодической функции (периоду стробимпульсов в стробоскопических преобразователях), деленному на коэффициент трансформации:

$$\Delta t = \frac{2\pi/\Omega}{b_n \omega_c / \omega_{np}} = T_n \left( 1 - \frac{c_n T_c}{b_n T_n} \right), \quad (1.62)$$

где  $T_n$  и  $T_c$  — периоды импульсов передаточной функции и входного сигнала соответственно.

При изменении  $T_n$  и  $T_c$  шаг считывания, как уже сказано, должен оставаться постоянным, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta t = T_n \left( 1 - \frac{c_n T_c}{b_n T_n} \right) &= (T_n + \Delta T_n) \times \\ &\times \left[ 1 - \frac{c_n (T_c + \Delta T_c)}{b_n (T_n + \Delta T_n)} \right]. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Отсюда  $b_n \Delta T_n = c_n \Delta T_c$ .

Следовательно, при  $b_n = c_n = 1$  период передаточной функции должен изменяться на такую же величину, как и период входного сигнала. Все сказанное справедливо для аperiodически повторяющихся видеоимпульсов; что же касается аperiodически повторяющихся радиоимпульсов, то линейное преобразование их временного масштаба возможно, если в каждом импульсе сохраняется та же фаза несущей относительно огибающей.

В современных стробоскопических преобразователях необходимое изменение периода передаточной функции осуществляется весьма просто, так как стробимпульс, управляющий параметрами цепи, синхронизирован входным сигналом и момент его появления отсчитывается от начала импульса в каждом периоде. Принципиально возможно линейное преобразование временного масштаба аperiodически повторяющихся импульсов и в гетеродинных преобразователях. Однако практически осуще-

ствить автоматическую подстройку частоты управляющего напряжения при изменении частоты повторения входного сигнала в широких пределах и при высокой избирательности фильтров весьма сложно.

Из сказанного вытекает возможность использования несинхронной передаточной функции (несинхронных стробимпульсов в стробоскопических преобразователях) в дискретных преобразователях повторяющихся импульсов. Действительно, если каким-либо образом запоминать лишь те результаты перемножения (дискретные отсчеты) математической записи частной передаточной функции и сигнала, при которых сохраняется необходимое значение  $\Delta t$ , то отпадает необходимость в синхронизации сигнала и частной передаточной функции [29].

## 8. Линейное преобразование однократных импульсов

Линейное преобразование временного масштаба любого, и в том числе однократного, сигнала может осуществляться в системе, в явном виде удовлетворяющей условию (I.2) или, что то же, условию (I.4). Для выполнения условия (I.4) в явном виде необходимо использовать замедляющие системы с переменными во времени параметрами, в которых задержка  $\tau(x, t)$  зависит не только от геометрической длины системы, но и от временных положений мгновенных значений сигнала, линейно возрастая по мере удаления данного мгновенного значения от начала сигнала, т. е.

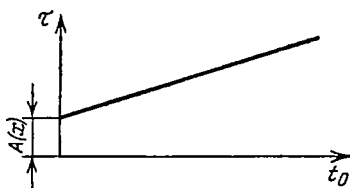


Рис. I.11. Зависимость задержки от временного расстояния данного мгновенного значения до начала сигнала.

$$\tau(x, t) = A(x) + B(x)t_0, \quad (I.64)$$

где  $A$  и  $B$  — произвольные функции от расстояния  $x$  данной точки замедляющей системы от ее начала,  $t_0$  — временное расстояние данного мгновенного значения от начала сигнала (рис. I.11).

Данное мгновенное значение  $f(t_0)$  появится в точке  $x_1$  в момент

$$t_1 = t_0 + A(x_1) + B(x_1)t_0, \quad (I.65)$$

считая за начало отсчета времени ( $t=0$ ) момент поступления сигнала на вход замедляющей системы. Решение уравнения (I.65) относительно  $t_0$  дает значения аргумента, соответствующие положению мгновенного значения  $f(t_0)$  в любой точке на оси  $x$ , т. е.

$$t_0 = [t_1 - A(x_1)]/[1 + B(x_1)], \quad (I.66)$$

$$f(t_0) = f\{[t_1 - A(x_1)]/[1 + B(x_1)]\}. \quad (I.67)$$

Так как выбор  $t_0$  произвольный, то для любого мгновенного значения входного сигнала

$$f(t) = F\{[t - A(x)]/[1 + B(x)]\}. \quad (I.68)$$

Найдем закон изменения скорости распространения сигнала, обеспечивающий линейное преобразование его временного масштаба. Скорость распространения данного мгновенного значения колебания определяется из соотношения между  $x$  и  $t$ , при котором фаза колебания остается постоянной, т. е.

$$[t - A(x)]/[1 + B(x)] = \text{const} = c. \quad (I.69)$$

Отсюда

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1 + B(x)}{A'_x(x) + A'_x(x)B(x) - A(x)B'_x(x) + B'_x(x)t}, \quad (I.70)$$

где индекс  $x$  указывает переменную, по которой берутся производные.

Предположим, что скорость изменения параметров замедляющей системы одинакова в любой ее точке, т. е. не зависит от  $x$ , что практически наиболее просто осуществить. Тогда

$$B(x)/A(x) = \text{const} = b, \quad B(x) = bA(x)$$

и (I.70) принимает вид

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1 + bA(x)}{A'_x(x)(1 + bt)}. \quad (I.71)$$

Рассмотрим это выражение для двух случаев:

1)  $A'_x(x) = \text{const}$ . Тогда  $A_x(x) = x/v_0$  (с точностью до постоянной). После подстановки  $A'_x(x)$  и  $A(x)$  в (I.71) получаем

$$\frac{dx}{dt} = v(t) = v_0 \frac{1 + b(x/v_0)}{1 + bt}, \quad (I.72)$$

где  $v_0$  — скорость распространения в точке  $x=0$  при  $t=0$ . Из выражения (I.72) видно, что скорость распространения мгновенного

значения сигнала при  $t = t_0$  в начале системы ( $x = 0$ ) равна  $v = v_0/(1 + bt_0)$  и не изменяется вдоль всей системы.

Действительно, из (1.72) получаем

$$x = v_0(t - t_0)/(1 + bt_0), \quad (1.73)$$

что характеризует равномерное движение. Однако скорость распространения различных мгновенных значений различна, что дает эффект преобразования временного масштаба.

Выражение (1.73) можно для любых значений входного сигнала переписать в виде

$$x = v_0\tau/[1 + b(t - \tau)], \quad (1.74)$$

где  $\tau$  — задержка системы.

Отсюда

$$\tau = x(1 + bt)/(v_0 + bx). \quad (1.75)$$

Приравнивая (1.75) и (1.4), находим

$$\alpha = bx/(v_0 + bx)$$

и коэффициент трансформации, в соответствии с (1.3),

$$q_T = 1/(1 - \alpha) = 1 + bx/v_0. \quad (1.76)$$

2) Пусть (1.71) не зависит от  $x$ , что возможно при

$$1 + bA(x) = \gamma_0 A'_x(x) = \gamma_0 dA(x)/dx, \quad (1.77)$$

где  $\gamma_0$  — коэффициент пропорциональности.

Отсюда

$$bA(x) = e^{bx/\gamma_0} - 1. \quad (1.78)$$

Из (1.71) и (1.78) получаем

$$dx/dt = v(t) = v_0/(1 + bt), \quad (1.79)$$

где  $v_0 = \gamma_0$  — скорость при  $t = 0$ .

Из выражения (1.79) видно, что скорость распространения изменяется во времени, но в данный момент времени одинакова во всей системе. Определим коэффициент трансформации для этого случая:

$$\int_{t-\tau}^t v(t) dt = x.$$

Отсюда

$$\tau = [e^{bx/v_0} - 1 + b(e^{bx/v_0} - 1)t]/be^{bx/v_0}. \quad (1.80)$$

Приравнивая (1.80) и (1.4), находим

$$\alpha = (e^{bx/v_0} - 1)/e^{bx/v_0} \quad (1.81)$$

и

$$q_T = e^{bx/v_0}.$$

Кроме рассмотренных двух случаев, для которых скорость распространения в соответствии с (1.64) зависит от момента поступления данного мгновенного значения на вход системы, возможен

третий случай, для которого скорость распространения сигнала в замедляющей системе может изменяться во времени по произвольному закону и при этом будет иметь место линейное преобразование временного масштаба. Действительно, пусть изменения скорости распространения начинаются лишь после того, когда весь сигнал вошел в систему, и заканчиваются до того, когда передний фронт сигнала выйдет из системы. Тогда скорости всех мгновенных значений сигнала изменяются одинаковым образом. Пусть в какой-то момент времени сигнал расположен между точками системы  $x_1$  и  $x_2$  и скорость распространения равна  $v_1$ , в следующий момент

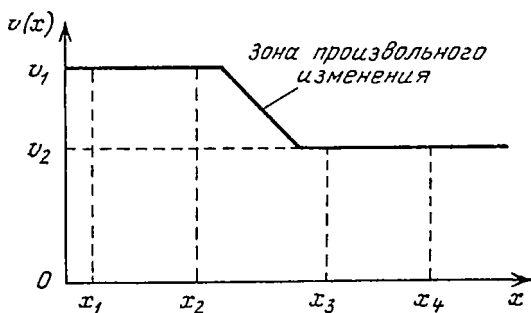


Рис. 1.12. Зависимость скорости распространения сигнала от его перемещения в системе.

времени сигнал переместится в положение между точками  $x_3$  и  $x_4$  и скорость распространения станет равной  $v_2$  (рис. 1.12). Тогда длительности импульсов в соответствующие моменты времени равны

$$\tau_{н1} = (x_2 - x_1)/v_1, \quad (1.82)$$

$$\tau_{н2} = (x_4 - x_3)/v_2. \quad (1.83)$$

Таким образом, коэффициент трансформации

$$q_T = \tau_{н2}/\tau_{н1} = v_1/v_2 \quad (1.84)$$

не зависит от закона изменения скорости, а определяется лишь отношением величин начальной и конечной скорости. Этот способ преобразования удовлетворяет условию (1.4) в неявном виде. Интересно отметить, что преобразование временного масштаба с помощью магнитной записи использует именно этот случай.

Принципиально линейное преобразование временного масштаба однократных сигналов возможно и в обобщенной структурной схеме с сосредоточенными параметрами (рис. 1.2). Этот метод преобразования может найти широкое применение, если будут решены практические вопросы, связанные с точным дифференцированием наносекундных импульсов.

Все рассмотренные случаи преобразования однократных сигналов являются аналоговыми.

Дискретным эквивалентом замедляющей системы с переменными параметрами является амплитудно-импульсная система (рис. 1.13), в которой на вход идеальных импульсных элементов

поступают изображения решетчатых функций  $U_{вх}^*(q, \epsilon_i)$ . Эти решетчатые функции можно получить из одной смещенной решетчатой функции, если параметру  $\epsilon_i$  придавать различные фиксированные значения и считать  $\epsilon_0 = 0$  [39].

При  $\epsilon_{r-1} = (r-1)/N$  ( $r = 1, 2, \dots, N$ );  $\tau_{r-1} = q_T (r-1)/N$ ;  $1/N \geq \Delta t$ , где  $\tau_{r-1}$  — задержка  $r$ -й дискреты, считая от начала решетчатой функции,  $N$  — количество дискрет, а  $\Delta t$  соответствует теореме Котельникова, огибающая выходного сигнала в преобразованном масштабе времени будет идентична входному сигналу.

В реальных устройствах образованию решетчатой функции (дискретизации) предшествует запоминание аналогового входного

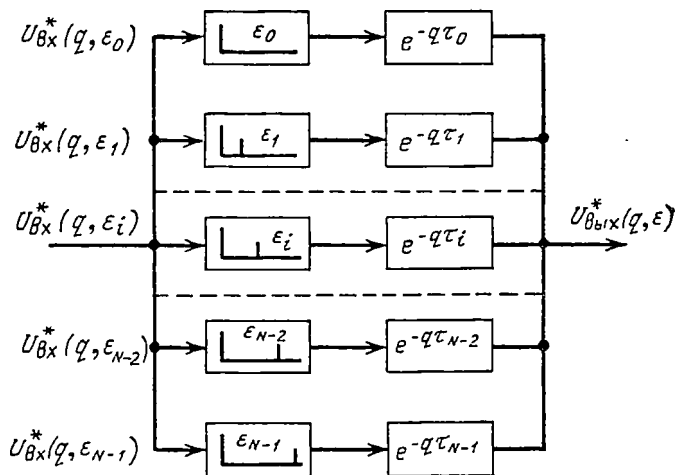


Рис. 1.13. Структурная схема дискретного преобразователя временного масштаба однократных сигналов.

сигнала. Скорость считывания дискрет входного сигнала, зависящая от величины  $\tau_{r-1}$ , определяет коэффициент трансформации, равный

$$q_T = \Delta T / \Delta t, \quad (1.85)$$

где  $\Delta t$  и  $\Delta T$  — шаги считывания входного и преобразованного сигналов соответственно.

Нетрудно заметить, что формулы (1.84) и (1.85) тождественны, если под  $v_1$  и  $v_2$  понимать скорости запоминания и считывания.

Полоса пропускания аналоговых преобразователей с распределенными параметрами равна полосе пропускания используемых замедляющих систем; полоса пропускания дискретных преобразователей зависит от полосы пропускания запоминающих устройств и ключевых схем (т. е. от длительности выборки при дискретизации сигнала).

Очевидно, что устройства для линейного преобразования временного масштаба однократных сигналов пригодны и для преоб-



разования повторяющихся сигналов произвольной формы (видеоимпульсов, амплитудно-, частотно- и фазомодулированных и др. сигналов). Благодаря отсутствию перекрестных искажений (на выходе параметрической цепи имеется лишь преобразованный сигнал) аналоговые устройства принципиально пригодны как для временного сжатия, так и для временного расширения электрических сигналов.

## 9. Комбинированные методы линейного преобразования

В ряде случаев может оказаться целесообразным сочетать различные методы линейного преобразования временного масштаба. Интересным примером такого комбинирования является линейное преобразование АМ сигналов при помощи диспергирующих устройств и параметрического элемента [25]. Входное диспергирующее устройство (волновод) преобразует АМ сигнал в ЧМ. Применяя далее параметрический элемент с частной передаточной функцией

$$K_q(j\omega, t) = K \cos(\Omega_0 t + kt^2),$$

где  $k$  — постоянное число, можно, как было показано, получить преобразованный ЧМ сигнал, расширенный во времени по сравнению с ЧМ сигналом на выходе диспергирующего устройства. При помощи второго диспергирующего устройства, фазочастотная характеристика которого обратна фазочастотной характеристике входного диспергирующего устройства, этот сигнал вновь преобразуется в АМ сигнал, расширенный во времени по сравнению с входным сигналом и идентичный ему по форме.

Этот метод принципиально пригоден также для преобразования видеоимпульсов. Однако в настоящее время практически трудно создать столь широкополосное диспергирующее устройство, обладающее необходимыми параметрами в пределах ширины спектра входного сигнала.

В случае периодических сигналов комбинация дискретного метода преобразования и избирательных фильтров на выходе может дать существенное улучшение чувствительности по сравнению с гетеродинными и стробоскопическими методами. Это вытекает из проведенного далее анализа гетеродинного преобразователя при использовании импульсного гетеродинного напряжения и, очевидно, применимо для широкополосных сигналов, форма которых удовлетворительно передается относительно небольшим количеством гармоник.

В некоторых случаях преобразование широкополосного сигнала целесообразно проводить в два приема: предварительное преобразование с малым коэффициентом трансформации и широкой полосой пропускания, и вторичное преобразование с большим коэффициентом трансформации и меньшей полосой пропускания (например, сочетание аналогового и дискретного методов при временном расширении однократных сигналов).

Для стробоскопического преобразования временного масштаба однократных сигналов перспективными являются исследования по их трансформации в периодические сигналы с помощью рециркуляторов [30].

## 10. Преобразование при наличии помех

На процесс преобразования временного масштаба оказывают влияние как внешние и внутренние аддитивные шумы, так и мультипликативные помехи. Влияние последних выражается в нестабильности параметров передаточной функции преобразователя.

Знание энергетического спектра сигнала непосредственно на выходе параметрической цепи позволяет правильно выбрать фильтр в соответствии с заданными требованиями, оценить чувствительность преобразователя (минимально допустимый уровень входного сигнала) и отношение сигнал/шум на выходе преобразователя при заданном отношении на его входе. Методика анализа основана на зависимости, которая существует между автокорреляционными функциями входного и выходного сигналов параметрической цепи [31]

$$\psi_{\text{вых}}(\tau) = \psi_{\text{вх}}(\tau) \psi_k(\omega, \tau), \quad (1.86)$$

где  $\psi_{\text{вх}}$ ,  $\psi_k$ ,  $\psi_{\text{вых}}$  — автокорреляционные функции входного сигнала, передаточной функции параметрической цепи и выходного сигнала соответственно;  $\tau = (t_1 - t_2)$  — временной сдвиг;

$$\psi_k(\omega, \tau) = \overline{K(j\omega, t) K(-j\omega, t + \tau)}, \quad (1.87)$$

где волнистая линия обозначает усреднение во времени.

По известной функции  $\psi_{\text{вых}}(\tau)$  определяется энергетический спектр выходного сигнала

$$W_{\text{вых}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\text{вых}}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.88)$$

При пользовании формулой (1.88) надо иметь в виду, что текущая частота  $\omega$  не тождественна частоте входного сигнала в выражениях  $\psi_{вх}$ ,  $\psi_n$  и  $\psi_{вых}$ . В выражении (1.88), очевидно, будут присутствовать составляющие, соответствующие как полезному эффекту преобразования, так и шумам. Энергетические спектры этих составляющих определяют отношение сигнал/шум на выходе, а также возможности улучшения этого отношения. Следовательно, основная трудность этой методики (и единственная принципиальная) — аналитическая запись передаточной функции с учетом ее случайных изменений.

Значительно упрощается анализ в том случае, если передаточная функция параметрической цепи не зависит от частоты входного сигнала и является действительной функцией времени. Этим требованиям в полосе пропускания удовлетворяет ряд преобразователей повторяющихся сигналов (с некоторым приближением). Действительно, для идеального стробоскопического преобразователя можно в выражении (1.12) принять  $K_n = K$ ,  $\psi_n = 0$ . Тогда передаточная функция (1.12) может быть переписана (без постоянной составляющей) следующим образом:

$$K_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} K \cos n\Omega t, \quad (1.89)$$

т. е. она не зависит от частоты входного сигнала.

Применительно к передаточной функции (1.89) рассмотрим довольно общий случай, а именно — преобразование сигнала при наличии как шумов на входе преобразователя, так и его мультипликативных помех. Помимо иллюстрации методики анализа, такое рассмотрение покажет влияние шумов в целом классе преобразователей, передаточные функции которых близки к (1.89).

Пусть на входе преобразователя действует периодический сигнал

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos(m\omega_c t - \theta_m)$$

и нормально распределенный стационарный случайный процесс с энергетическим спектром  $2d/(b^2 + \omega^2)$ , где  $d$  и  $b$  — постоянные. Флуктуация передаточной функции

параметрической цепи преобразователя (1.89) представляет собой нормально распределенный стационарный случайный процесс с энергетическим спектром  $2c/(a^2 + \omega^2)$ , где  $c$  и  $a$  — постоянные. Определим энергетический спектр выходного сигнала. Автокорреляционная функция суммарного входного сигнала равна

$$\psi_{\text{вх}}(\tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m^2}{2} \cos m\omega_c \tau + \frac{d}{b} e^{-b|\tau|}, \quad (1.90)$$

где первое слагаемое представляет собой автокорреляционную функцию периодического сигнала, а второе — автокорреляционную функцию входного шума, определенную по его энергетическому спектру в соответствии с формулой

$$\psi(\tau) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (1.91)$$

Автокорреляционная функция передаточной функции равна

$$\psi_k(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^2}{2} \cos n\Omega\tau + \frac{c}{a} e^{-a|\tau|}, \quad (1.92)$$

где первое слагаемое представляет собой автокорреляционную функцию выражения (1.89), а второе — автокорреляционную функцию флуктуаций.

Автокорреляционная функция выходного сигнала равна

$$\begin{aligned} \psi_{\text{вых}}(\tau) = \psi_{\text{вх}}(\tau) \psi_k(\tau) = & \frac{K^2}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{A_m^2 [\cos(m\omega_c + \\ & + n\Omega)\tau + \cos(m\omega_c - n\Omega)\tau]\} + \frac{dK^2}{2b} e^{-b|\tau|} \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\Omega\tau + \\ & + \frac{c}{a} e^{-a|\tau|} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m^2}{2} \cos m\omega_c \tau + \frac{cd}{ab} e^{-|\tau|(a+b)}. \end{aligned} \quad (1.93)$$

Энергетический спектр выходного сигнала равен

$$W_{\text{вых}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\text{вых}}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\pi K^2}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_m^2 \{ \delta [\omega - (m\omega_c + n\Omega)] + \\
&+ \delta [\omega + (m\omega_c + n\Omega)] + \delta [\omega - (m\omega_c - n\Omega)] + \\
&+ \delta [\omega + (m\omega_c - n\Omega)] \} + \frac{dK^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{b^2 + (\omega - n\Omega)^2} + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{b^2 + (\omega + n\Omega)^2} \right] + \frac{c}{2} \sum_{m=1}^{\infty} A_m^2 \left[ \frac{1}{a^2 + (\omega - m\omega_c)^2} + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{a^2 + (\omega + m\omega_c)^2} \right] + \frac{cd}{ab} \cdot \frac{2(a+b)}{(a+b)^2 + \omega^2}, \quad (1.94)
\end{aligned}$$

где  $\delta(\omega)$  — дельта-функция (дискретная спектральная линия на частоте, при которой скобка при  $\delta$  обращается в нуль).

Корреляционные функции нестационарных процессов зависят не только от временного сдвига  $\tau$ , но и от самого времени  $t$ . В этом случае все приведенные формулы справедливы, если под корреляционными функциями понимать усредненные по времени функции, определяемые равенством

$$\psi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi(t, \tau) dt. \quad (1.95)$$

Таким образом, в выходном сигнале параметрической цепи (1.89) содержатся дискретные составляющие преобразованного сигнала с частотой  $(m\omega_c - n\Omega)$  при  $m=n$ , которые можно выделить фильтром нижних частот, а также ряд других дискретных составляющих. Как и следовало ожидать [27], каждой гармонической составляющей соответствует пара частот в энергетическом спектре (положительная и отрицательная с равными абсолютными значениями).

Кроме дискретных составляющих, в энергетическом спектре имеются шумовые полосы, группирующиеся вокруг частот  $\omega = \pm n\Omega$ ,  $\omega = \pm m\omega_c$ ,  $\omega = 0$  с максимальными значениями дисперсии на этих частотах (эти значения соответственно равны  $K^2 d/2b^2$ ,  $cA_m^2/2a^2$ ,  $2cd/ab(a+b)$ ). Скорость убывания дисперсии при удалении в обе стороны от центральной частоты зависит от значений  $a$  и  $b$ . Ширина шумовых полос определяется как максималь-

ным значением мощности шума, так и скоростью ее убывания (полосы могут перекрывать друг друга).

Как видно из (1.94), шумовые составляющие, за исключением последнего слагаемого, группируются вокруг гармоник входного сигнала и управляющего напряжения и могут быть в значительной степени отфильтрованы. Последнее слагаемое характеризует низкочастотные шумы, которые попадают в полосу пропускания фильтра нижних частот, выделяющего преобразованный сигнал. Однако это слагаемое отличается от нуля лишь при одновременном наличии как входных, так и внутренних шумов преобразователя. При отсутствии внутренних шумов ( $c=0$ ) отношение сигнал/шум на выходе фильтра нижних частот будет значительно превосходить это отношение на входе преобразователя.

Из анализа выражения (1.94) можно сделать вывод, что для улучшения отношения сигнал/шум на выходе преобразователя, при заданной величине  $\Omega$  и, следовательно, коэффициента трансформации целесообразно использовать передаточные функции, ширина спектра которых незначительно превышает величину, необходимую для преобразования сигнала с практически достаточной точностью (т. е. в стробоскопических преобразователях нецелесообразно использовать чрезмерно короткий стробимпульс). Это вытекает из того, что с уменьшением  $n_{\max}$  (оно, конечно, в данном случае не может быть меньше  $m_{\max}$ ) уменьшится количество шумовых полос и энергия шума на выходе параметрической цепи, что особенно ощутимо при отсутствии внутренних шумов ( $c=0$ ).

Как нетрудно убедиться, в случае периодических сигналов существенный выигрыш в отношении сигнал/шум можно получить, применяя на выходе параметрической цепи (1.89) избирательные фильтры, настроенные на составляющие преобразованного сигнала с частотами  $m(\omega_c - \Omega)$ . Следовательно, гетеродинные преобразователи в этом смысле существенно превосходят стробоскопические, особенно при малом количестве избирательных фильтров. Выигрыш в отношении сигнал/шум можно получить также за счет увеличения значения  $\Omega$  (т. е. коэффициента трансформации), так как при этом сокращается ширина спектра преобразованного сигнала  $m_{\max}(\omega_c - \Omega)$  и соответственно уровень шумов в этой полосе. Из выражения (1.94) можно полу-

чить частные случаи, соответствующие наличию либо лишь входного шума ( $c=0$ ), либо лишь внутренних шумов ( $d=0$ ).

Проведенный анализ справедлив для принятого энергетического спектра входных и мультипликативных внутренних шумов. При другом законе распределения этих шумов вид выражения (1.94) может частично измениться, однако методика анализа и основные выводы сохранятся без изменения.

Кроме рассмотренных мультипликативных помех, в дискретных преобразователях весьма часто могут иметь место помехи, вызванные фазовой нестабильностью стробимпульсов. Влияние этих помех рассмотрено в гл. V. Там же показана возможность оптимального синтеза стробоскопических преобразователей при наличии случайных помех.

## Глава II

### ЛИНЕЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО МАСШТАБА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. СТРОБОСКОПИЧЕСКИЙ И ГЕТЕРОДИННЫЙ МЕТОДЫ

#### 1. Структурные схемы преобразователей

В простейшем стробоскопическом преобразователе (рис. II.1) входной сигнал  $u_{вх}(t)$  с частотой повторения  $\omega_c$  и стробимпульсы с частотой повторения  $\Omega$  посту-

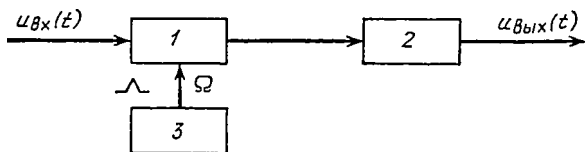


Рис. II.1. Структурная схема простейшего стробоскопического преобразователя.

пают на смеситель 1, отпирающийся лишь при появлении стробимпульсов, амплитуда которых значительно превышает амплитуду входного сигнала. Накопительная емкость смесителя заряжается до напряжения, пропор-

ционального суммарному напряжению на входе смесителя в момент действия стробимпульса. После окончания действия стробимпульса накопительная емкость медленно разряжается через большое сопротивление, в результате чего образуется расширенный импульс напряжения. Так как  $\Omega < \omega_c$ , то при каждом повторении сигнала стробимпульс сдвигается относительно него и на выходе смесителя образуется последовательность расширенных импульсов, модулированных по амплитуде входным сигналом (см. рис. I.1). При помощи фильтра 2 можно выделить преобразованный во времени сигнал, идентичный по форме входному. Величина  $\Omega$  определяет шаг считывания  $\Delta t$ :

$$\Delta t \approx (\omega_c - \Omega) / \omega_c^2, \quad (\text{II.1})$$

который должен удовлетворять условию (I.20).

Коэффициент трансформации можно определить с помощью формулы (I.17), пригодной для любых стробоскопических преобразователей периодических сигналов:

$$q_T = T_{II} / \Delta t, \quad (\text{II.2})$$

где  $T_{II}$  — период повторения стробимпульсов.

Достоинством описанной структурной схемы является ее простота. Однако ей присущ существенный принципиальный недостаток: она пригодна лишь для периодически повторяющихся сигналов. Кроме того, простота этой структурной схемы сохраняется лишь при постоянных значениях  $\Delta t$  и  $q_T$ .

Большими возможностями при исследовании повторяющихся сигналов обладает стробоскопический преобразователь с системой автоматического сдвига стробимпульсов (рис. II.2 [5]), который работает следующим образом. Синхронизирующие импульсы, опережающие исследуемый сигнал и жестко связанные с ним по времени, поступают на схему синхронизации 1, которая вырабатывает стандартные импульсы. Эти импульсы запускают генератор «быстрого» пилообразного напряжения 2. На схему сравнения 3 поступают «быстрое» и «медленное» пилообразные напряжения соответственно с блоков 2 и 4\*. Очевидно, при каждом повторении

\* Во многих преобразователях вместо гладкого «медленного» пилообразного напряжения используется ступенчатообразное напряжение, причем вершины ступенек расположены на нарастающей прямой.



исследуемого (и, следовательно, синхронизирующего) сигнала момент сравнения в блоке 3 автоматически сдвигается, т. е. сдвигается и момент запуска генератора

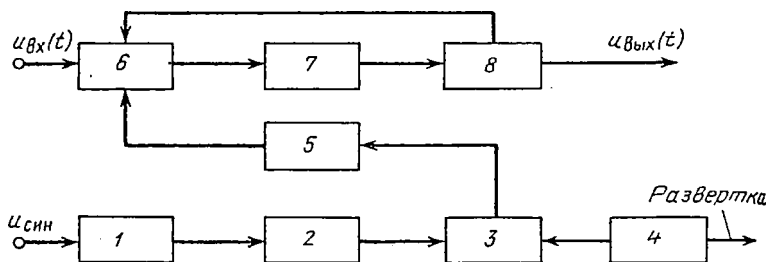


Рис. 11.2. Структурная схема стробоскопического преобразователя с автоматическим сдвигом стробимпульсов.

стробимпульсов 5 относительно начала исследуемого сигнала. В общем случае один стробимпульс может приходиться на несколько периодов входного сигнала (рис. 11.3).

Таким образом, на накопительной емкости смесителя 6, на который поступают исследуемый сигнал и стробимпульсы, выделяются расширенные импульсы, амплитуды которых пропорциональны мгновенным значениям сигнала. Затем они усиливаются в блоке 7, расширяются в блоке 8 и на выходе последнего образуют ступенчатообразное напряжение  $u_{\text{вых}}(t)$ , огибающая которого аналогична по форме исследуемому сигналу. Это напряжение может подаваться на какой-либо индикатор, а выходное напряжение блока 4 может использоваться в качестве временной развертки.

Поскольку период «медленного» пилообразного напряжения (МПН) определяет один цикл полного считывания исследуемого сигнала, частота повторения преобразованного аналогового сигнала равна частоте «медленного» пилообразного напряжения. Умножив числитель и знаменатель выражения (11.2) на число дискретных отсчетов, можно выразить коэффициент трансформации через период «медленного» пилообразного напряжения  $T_{\text{мпн}}$  и длительность «быстрого» пилообразного напряжения  $T_{\text{бпн}}$ :

$$q_{\tau} = T_{\text{мпн}}/T_{\text{бпн}}. \quad (11.3)$$

Принципиальная разница между системами автоматического сдвига стробимпульсов, использующими глад-

кое или ступенчато-изменяющееся МПН, заключается в том, что в первом случае число дискретных отсчетов изменяется прямо пропорционально частоте повторения

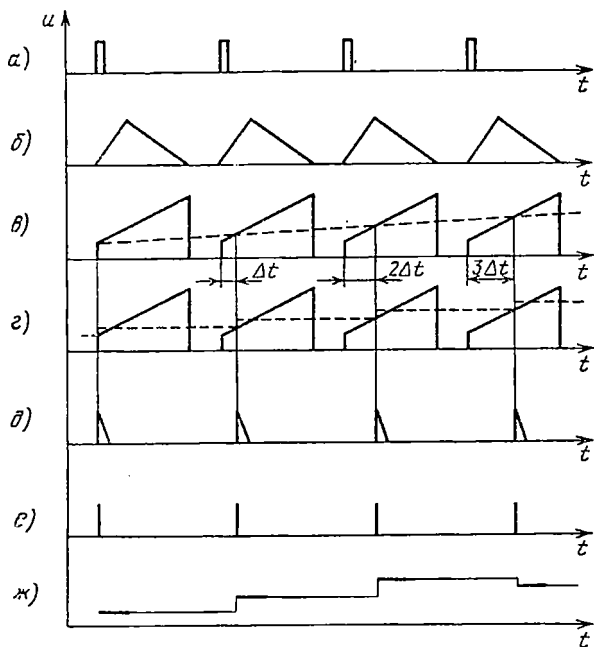


Рис. 11.3. Эпюры напряжений в различных точках структурной схемы стробоскопического преобразователя:

*а* — синхронизирующие импульсы; *б* — входной сигнал; *в* — „быстрое“ и гладкое „медленное“ (пунктир) пилообразные напряжения; *г* — „быстрое“ и ступенчатое „медленное“ (пунктир) пилообразные напряжения; *д* — импульсы на выходе схемы сравнения; *е* — стробимпульсы; *ж* — преобразованный сигнал (в преобразователях используются пилообразные напряжения либо вида *в*, либо вида *г*).

входного сигнала  $\omega_c$  (оно равно отношению  $T_{\text{мпн}}/T_{\text{и}}$ ), шаг считывания изменяется прямо пропорционально периоду повторения входного сигнала, а коэффициент трансформации не зависит от величины  $\omega_c$ . Во втором случае число дискретных отсчетов постоянно и не зависит от величины  $\omega_c$  (как видно из рис. 11.3, оно равно  $(U_2 - U_1)/\Delta U$ , где  $U_2 - U_1$  — размах напряжения,  $\Delta U$  — высота ступеньки). Шаг считывания также не зависит от величины  $\omega_c$ , а коэффициент трансформации в соответствии с (11.3) изменяется прямо пропорционально периоду повторения входного сигнала (так как величина  $T_{\text{мпн}}$

при постоянном количестве дискретных отсчетов прямо пропорциональна  $T_{II}$ ).

В зависимости от применения преобразователя отдают предпочтение гладкому или ступенчато-изменяющемуся МПН. Так, например, при цифровом измерении наносекундных интервалов между различными точками сигнала необходимо иметь постоянный шаг считывания. Если же требуется, чтобы ширина спектра преобразованного сигнала не зависела от  $\omega_c$ , необходимо иметь постоянную величину коэффициента трансформации.

Рядом специфических особенностей обладает так называемый гетеродинный преобразователь, структурная схема которого приведена на рис. 1.8. Требования к узлам такого гетеродинного преобразователя, методика его настройки, а также результаты экспериментального исследования 6-канального гетеродинного преобразователя с полосой пропускания более 1 ГГц и  $\omega_{пр} = 0,5$  мГц приведены в [32]. Там же показано, что благодаря избирательным фильтрам при определенных условиях частоту повторения входного сигнала  $\omega_c$  можно уменьшить ниже порога, определяемого условием отсутствия перекрестных искажений (1.18).

Основное влияние на параметры как стробоскопического, так и гетеродинного преобразователя оказывают характеристики смесителя. Поэтому зависимости между режимом работы смесителя и его характеристиками, а также основными параметрами преобразователя в значительной мере определяют возможности использования этих методов линейного преобразования временного масштаба периодических сигналов.

Необходимо отметить, что непосредственное использование результатов, полученных для смесителей радиоприемных устройств, не представляется возможным. Это объясняется тем, что в смесителях преобразователей временного масштаба усиливается влияние ряда факторов, не имеющих существенного значения в узкополосных смесителях с преселектором на входе, выделяющих одну комбинационную частоту.

## 2. Основные соотношения процесса преобразования спектра

Как следует из гл. I, собственно преобразование спектра происходит в параметрическом устройстве — смесителе. В зависимости от назначения стробоскопиче-

ских преобразователей применяют различные схемы смесителей. В простых преобразователях обычно используются однодиодные смесители, в более совершенных — симметричные (мостовые) смесители. Кроме того, как однодиодные, так и симметричные смесители могут различаться схемными особенностями (например, способом подключения источников сигнала и стробимпульсов к смесительному диоду).

Для иллюстрации рассмотрим лишь две характерные схемы смесителей [5]. Основным недостатком схемы однодиодного смесителя (рис. II.4) является «пролезание» стробимпульса в цепь исследуемого сигнала. Влияние этого эффекта можно уменьшить с помощью развязывающего аттенюатора, расположенного на входе преобразователя, что, однако, приводит к уменьшению чувствительности преобразователя. «Пролезание» стробимпульса можно также уменьшить, подавая стробимпульсы и исследуемые сигналы раздельно на анод и катод смесительного диода. Однодиодный смеситель с учетом гармонического управляющего напряжения и отсутствия постоянного смещения можно применять также в гетеродинном преобразователе.

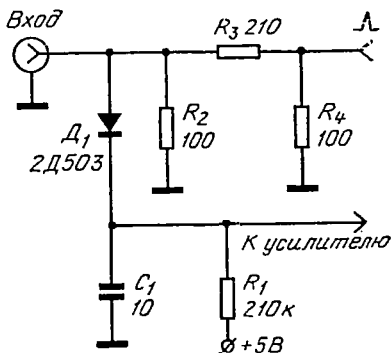


Рис. II.4. Принципиальная схема однодиодного смесителя.

Определенными преимуществами перед однодиодными обладают симметричные смесители (рис. II.5), в которых используется мост из четырех диодов, подобранных попарно так, что в отсутствие сигнала, при идентичных стробимпульсах противоположной полярности, напряжения на входе и выходе схемы равны нулю. Под влиянием напряжения на входе смесителя в момент стробирования потенциалы точек *a* и *б* изменяются, в результате чего конденсатор *C* заряжается разностным током диодов *D*<sub>3</sub> и *D*<sub>4</sub> до напряжения, пропорционального дискретному значению входного сигнала. По окончании стробимпульсов конденсатор медленно разряжается через обратное сопротивление диодов и входное сопротивление последующего усилителя, образуя расширенный импульс. С помощью трансформатора *Tr* исключается шунтирующее действие внутреннего сопротивления генератора стробимпульсов на диагональ моста *a—б*.

Основные достоинства симметричного смесителя заключаются в отсутствии «пролезания» стробимпульсов на вход и выход смесителя (при полной его симметрии); в возможности получения высокого входного сопротивления, не зависящего от малой нагрузки генератора коротких стробимпульсов. Недостатки симметричного смесителя связаны со сложностью его изготовления. Коэффициенты

передачи однодiodного и симметричного смесителей примерно одинаковы.

Кроме описанной мостовой симметричной схемы, нашли применение также симметричные двухдиодные смесители [5], которые могут использоваться и в гетеродинных преобразователях. В преобразователях с полосой пропускания менее 1 ГГц специфических требований к конструктивному оформлению смесителя не предъявляется. В преобразователях с полосой пропускания более 1 ГГц смесители выполняются в коаксиальном оформлении (рис. 11.6).

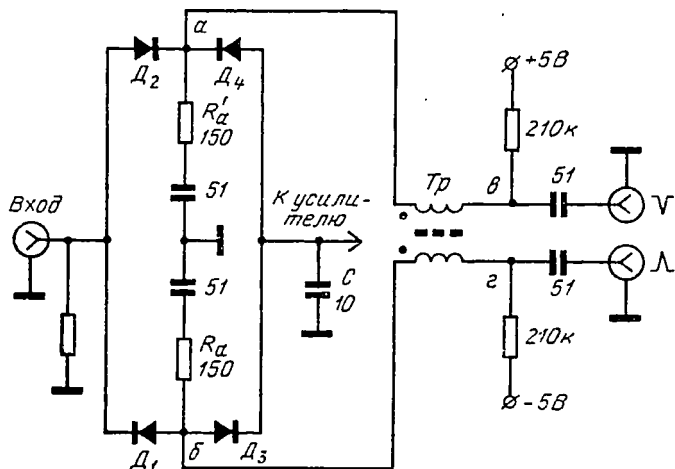


Рис. 11.5. Принципиальная схема симметричного смесителя.

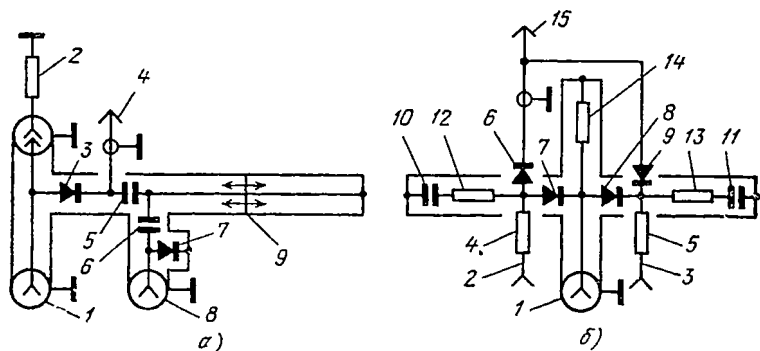


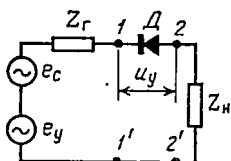
Рис. 11.6. Схематические конструкции однодiodного (а) и симметричного (б) коаксиальных смесителей:

а) 1 — вход сигнала; 2 — сопротивление нагрузки; 3 — диод смесителя; 4 — выход смесителя; 5 — 9 — схема обострения стробимпульсов, совмещенная со смесителем (5, 6 — разделительные конденсаторы, 7 — диод с накоплением заряда, 8 — вход стробимпульсов, 9 — короткозамкнутый отрезок коаксиала регулируемой длины); б) 1 — вход сигнала; 2 — вход положительных стробимпульсов; 3 — вход отрицательных стробимпульсов; 4—13 — элементы смесителя; 14 — сопротивление нагрузки; 15 — выход смесителя.

Основные соотношения процесса преобразования спектра одинаковы в однодиодных и симметричных смесителях. Между тем, в однодиодных смесителях сущность процесса преобразования более наглядна и его математический анализ более прост. Ввиду этого ограничимся анализом однодиодного смесителя.

Эквивалентная схема однодиодного смесителя, иллюстрирующая его работу в стробоскопическом и гетеродинном преобразователях, показана на рис. II.7, где

Рис. II.7. Эквивалентная схема однодиодного смесителя.



$e_c$  — источник входного сигнала,  $e_y$  — источник управляющего напряжения сложной формы (учитывая, что в гетеродинном преобразователе в общем случае оно может быть сложным),  $u_y$  — управляющее напряжение на зажимах диода,  $Z_r$  — эквивалентное сопротивление выхода участка схемы слева от зажимов  $1-1'$  (общее эквивалентное внутреннее сопротивление источников  $e_c$  и  $e_y$ ),  $D$  — смесительный диод,  $Z_n$  — сопротивление нагрузки смесителя (в стробоскопическом преобразователе — интегрирующего фильтра, в гетеродинном преобразователе — гребенчатого фильтра), равно  $R_n$  для составляющих преобразованного сигнала и нулю для остальных комбинационных составляющих. Конструктивные параметры смесителя, в том числе паразитные сопротивления, на схеме не показаны.

Под воздействием управляющего напряжения крутизна смесителя  $S(t)$  становится периодической функцией времени и может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$S(j\omega, t) = 0,5S_0(j\omega) + S_1(j\omega) \cos \Omega t + S_2(j\omega) \cos 2\Omega t + \dots + S_n(j\omega) \cos n\Omega t + \dots, \quad (\text{II.4})$$

где  $\Omega$  — частота повторения управляющего напряжения (стробимпульсов или гетеродинного напряжения при стробоскопическом и гетеродинном преобразовании соответственно),  $S_n(j\omega)$  — комплексные коэффициенты. В отличие от аналогичной формулы (I.12), аргумент этих

коэффициентов включает в себя начальные фазы, связанные как с частотными свойствами самого смесительного диода, так и с несимметричностью управляющего напряжения относительно времени.

Для упрощения анализа допустим, что на входе  $I-I'$  смесителя действует лишь  $m$ -я гармоника входного сигнала с частотой  $m\omega_c$ . Так как все элементы в схеме рис. II.7 соединены последовательно, то очевидно, что гармонические составляющие напряжения, выделяющиеся на зажимах  $1-2$ , будут иметь те же частоты, что и на зажимах  $2-2$ . Поэтому напряжение на зажимах  $1-2$ , без учета слагаемых с частотами, кратными  $\Omega$ , не несущими полезной информации, можно записать следующим образом:

$$u_{12} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{l=-\infty}^{\infty} \dot{U}_l \exp j(m\omega_c + l\Omega)t, \quad (\text{II.5})$$

где  $\dot{U}_l$  — комплексная амплитуда комбинационной составляющей с частотой  $m\omega_c + l\Omega$ .

Ток смесителя, принимая во внимание (II.4) и (II.5), равен

$$\begin{aligned} i_{\text{см}} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \dot{S}_n \dot{U}_l \exp j(m\omega_c + l\Omega + n\Omega)t = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \dot{S}_{n_1-l} \dot{U}_l \exp j(m\omega_c + n_1\Omega)t, \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

где  $\dot{S}_n = S_n(jm\omega_c)$ ,  $n = n_1 + l$ .

Комплексная амплитуда составляющей тока с частотой  $m\omega_c + n_1\Omega$  равна

$$\dot{I}_{n_1} = 0,5 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \dot{U}_l \dot{S}_{n_1-l}. \quad (\text{II.7})$$

При  $n_1 - l > 0$

$$|\dot{S}_{n_1-l}| = |\dot{S}_{l-n_1}|, \quad \arg \dot{S}_{n_1-l} = -\arg \dot{S}_{l-n_1}.$$

Таким образом, соотношения между комплексными амплитудами комбинационных составляющих тока  $i_{\text{см}}$  и напряжения  $u_{12}$  отображаются системой линейных уравнений (II.7), которая в матричной форме имеет вид

$$\begin{vmatrix} \dot{i}_2 \\ \dot{i}_1 \\ \dot{i}_0 \\ \dot{i}_{-1} \\ \dot{i}_{-2} \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \dot{s}_0 & \dot{s}_1 & \dot{s}_2 & \dot{s}_3 & \dots \\ \dot{s}_{-1} & \dot{s}_0 & \dot{s}_1 & \dot{s}_2 & \dots \\ \dot{s}_{-2} & \dot{s}_{-1} & \dot{s}_0 & \dot{s}_1 & \dots \\ \dot{s}_{-3} & \dot{s}_{-2} & \dot{s}_{-1} & \dot{s}_0 & \dots \\ \dot{s}_{-4} & \dot{s}_{-3} & \dot{s}_{-2} & \dot{s}_{-1} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_0 \\ \dot{U}_{-1} \\ \dot{U}_{-2} \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Решая (II.8) для разных значений  $\omega_c$ , можно найти зависимость  $\dot{U}_{-p}(m\omega_c)$ , где индекс  $p$  означает, что комбинационная составляющая  $m\omega_c + l\Omega$  при  $l = -p$  имеет частоту  $p\omega_{\text{пр}} = m\omega_c - p\Omega$ ,  $\omega_{\text{пр}}$  — частота повторения преобразованного сигнала; причем  $m = pb_n$  ( $p = 1, 2, 3, \dots$ ,  $b_n$  — индекс выборки) для гетеродинного преобразователя и  $m = p$  для стробоскопического преобразователя.

Зная  $\dot{U}_{-p}(m\omega_c)$ , выходное сопротивление смесителя  $Z_{\text{вых}}$  на частоте  $p\omega_{\text{пр}}$  и сопротивление нагрузки  $Z_n$  на этой частоте, можно определить искомый коэффициент разложения в ряде Фурье передаточной функции (гл. I):

$$K_p(jm\omega_c) = \dot{U}_{-p} Z_n / \dot{E}_c (Z_n + Z_{\text{вых}}), \quad (\text{II.9})$$

где  $\dot{E}_c$  — комплексная амплитуда входного гармонического сигнала с частотой  $m\omega_c$ .

Матрица (II.8) позволяет произвести анализ смесителя с учетом не только прямого преобразования (образование гармоник преобразованного сигнала с частотой  $p\omega_{\text{пр}}$  под воздействием входного сигнала и управляющего напряжения), но и различных видов обратного преобразования, при которых комбинационные составляющие, выделяющиеся на широкополосном входе смесителя (на сопротивлении  $Z_T$ ) вновь преобразуются в гармоники с частотой  $p\omega_{\text{пр}}$ .

### 3. Способы вычисления параметров смесителя

Решение системы (II.8), как показано далее, позволяет определить основные параметры смесителя. Однако решение (II.8) с бесконечным количеством членов матрицы практически невозможно.



Рассмотрим способы, дающие возможность численно рассчитать параметры смесителя.

**Замена системы (II.8) матрицей конечного порядка.** Система (II.8) содержит бесконечное количество членов, что соответствует предположению о существовании на зажимах 1—2 смесителя бесконечного количества составляющих с частотами вида  $m\omega_c + n_1\Omega$ . В действительности, из-за невозможности генерировать управляющее напряжение с бесконечно широким спектром количество комбинационных частот будет ограничено. Поэтому систему (II.8) можно заменить квадратной матрицей порядка  $2h + 1$ , превышающего учитываемое количество гармоник преобразованного сигнала  $p_M$  (при стробоскопическом преобразовании количество гармоник входного и преобразованного сигналов одинаково, т. е.  $p_M = m_{\text{макс}}$ ). Значение  $h$  зависит от требуемой точности вычислений. Тогда

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_h \\ \vdots \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_0 \\ \dot{I}_{-1} \\ \vdots \\ \dot{I}_{-h} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{S}_0 & \dots & \dot{S}_{h-1} & \dot{S}_h & \dot{S}_{h+1} & \dots & \dot{S}_{2h} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dot{S}_{1-h} & \dots & \dot{S}_0 & \dot{S}_1 & \dot{S}_2 & \dots & \dot{S}_{h-1} \\ \dot{S}_{-h} & \dots & \dot{S}_{-1} & \dot{S}_0 & \dot{S}_1 & \dots & \dot{S}_h \\ \dot{S}_{-1} & h \dots & \dot{S}_{-2} & \dot{S}_{-1} & \dot{S}_0 & \dots & \dot{S}_{h-1} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \dot{S}_{-2h} & \dots & \dot{S}_{-h} & \dot{S}_{-h} & \dot{S}_{-h} & \dots & \dot{S}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_h \\ \vdots \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_0 \\ \dot{U}_{-1} \\ \vdots \\ \dot{U}_{-h} \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Система уравнений (II.10) позволяет при постоянных амплитуде и форме управляющего напряжения представить смеситель в виде линейного  $2(2h + 1)$ -полюсника, ко всем  $2h + 1$  парам полюсов которого приложены внешние источники тока с соответствующими комплексными амплитудами  $I_0, I_{\pm 1}, I_{\pm 2}, \dots, I_{\pm h}$ . К такому многополюснику применимы эквивалентные схемы замещения сложных линейных цепей. Поэтому для каждой частоты  $m\omega_c + n_1\Omega$  его можно представить в виде соответствующего эквивалентного двухполюсника и таким образом определить сопротивление диода (между зажимами 1—2) для каждой комбинационной частоты, в том числе для полезных составляющих  $m\omega_c$  и  $r\omega_{\text{пр}}$ .

Если из данного многополюсника выделить четыре полюса (например, зажимы, на которых действуют со-

ставляющие с частотами  $m\omega_c$  и  $m\omega_c - p\Omega$ ) и представить систему в виде эквивалентного четырехполюсника, то можно найти коэффициент передачи для каждой составляющей входного сигнала, а также учесть влияние нагрузки смесителя  $Z_{\text{н}}$  на его коэффициент передачи и входное сопротивление.

Таким образом, для входного периодического сигнала, состоящего из  $m_{\text{макс}}$  гармоник, схему рис. II.7 можно представить в виде  $m_{\text{макс}}$  независимых многополюсников, к каждому из которых применима матрица (II.10). Это позволяет проводить анализ смесителя лишь для одной гармоники входного сигнала с частотой  $m\omega_c$ .

**Метод эквивалентного нелинейного сопротивления.** Будем считать смеситель безынерционным и  $Z_{\text{н}} = R_{\text{н}}$ . В частном случае, когда во всем рабочем диапазоне частот  $Z_{\text{г}} = 0$ , напряжения всех комбинационных частот, за исключением  $m\omega_c$  и  $p\omega_{\text{пр}}$ , равны нулю и система уравнений (II.8) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_0 &= 0,5S_0\dot{U}_0 + 0,5S_p\dot{U}_{-p}, \\ \dot{I}_{-p} &= 0,5S_{-p}\dot{U}_0 + 0,5S_0\dot{U}_{-p}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.11})$$

где  $\dot{U}_{-p} = -\dot{I}_{-p}R_{\text{н}}$ ,  $\dot{U}_0 = \dot{E}_c$ .

Коэффициент передачи безынерционного смесителя по напряжению, показывающий отношение амплитуд напряжения  $p$ -й комбинационной частоты (гармоники преобразованного сигнала с частотой  $p\omega_{\text{пр}}$ ) и гармонического входного сигнала, равен

$$\begin{aligned} K_p(j\omega_c m) &= L_p = \frac{U_{-p}}{U_0} = \\ &= -\frac{0,5S_p R_i R_{\text{н}}}{(R_i + R_{\text{н}})} = -\frac{N_p R_{\text{н}}}{(R_i + R_{\text{н}})}, \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

где  $R_i$  — внутреннее сопротивление диода в режиме детектирования,  $N_p$  — коэффициент передачи безынерционного смесителя по э. д. с., показывающий отношение амплитуды напряжения  $p$ -й комбинационной частоты при нагрузке смесителя  $R_{\text{н}} = \infty$  и э. д. с. источника гармонического входного сигнала:

$$N_p = U_{-p \text{ макс}} / E_c = 0,5S_p R_i = S_p / S_0. \quad (\text{II.13})$$

Как показано в гл. I, полоса пропускания преобразователя с идеальным фильтром на выходе пропорциональ-

на ширине спектра частной передаточной функции, т. е., как видно из (II.12), ширине спектра крутизны смесителя  $S(t)$ .

Входное сопротивление смесителя для частоты входного сигнала  $m\omega_c$ , соответствующей  $p$ -й комбинационной частоте, можно определить из первого уравнения (II.11) и (II.12):

$$R_{вх\ p} = U_0/I_0 = R_i/(1 - N_p |L_p|), \quad (II.14)$$

где  $|L_p|$  — модуль коэффициента передачи  $L_p$ .

Отсюда видно, что с увеличением  $R_{ii}$  и  $N_p$  растет также входное сопротивление смесителя. Определение  $R_{вх}$  при  $Z_r=0$  не имеет практического смысла, однако выражение (II.14) нам понадобится для определения  $R_{вх}$  при  $Z_r \neq 0$ .

Выходное сопротивление смесителя можно измерить, подключая к зажимам 2—2 источник напряжения с частотой  $p\omega_{пр}$  и закорачивая источник  $e_c$ . Очевидно, в этом случае  $U_0 = 0$  и из второго уравнения (II.11) получаем

$$R_{вых} = U_{-p}/I_{-p} = R_i, \quad (II.15)$$

т. е. при  $Z_r = 0$  выходное сопротивление безынерционного смесителя не зависит от частоты входного сигнала.

В том случае, когда во всем рабочем диапазоне частот  $Z_r = R_r$ , нелинейный элемент и сопротивление  $Z_r$  в схеме рис. II.7 можно заменить эквивалентным нелинейным элементом, который включает в себя  $R_r$  (рис. II.8), а за-

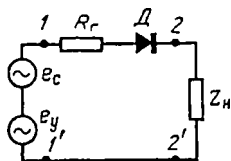


Рис. II.8 Схема однодиодного смесителя с эквивалентным нелинейным сопротивлением.

тем воспользоваться формулами для случая  $Z_r = 0$  с учетом результирующей вольт-амперной характеристики эквивалентного элемента и зависимости его крутизны от управляющего напряжения  $S(u_y)$ . Этот частный случай практически весьма актуальный, так как выходное сопротивление источников наносекундных импульсов, как правило, согласовано с входным сопротивлением соединительного кабеля, а паразитные реактивные со-

противления смесителя в рабочем диапазоне частот весьма малы. Учитывая конструктивную особенность включения диода (в разрез кабеля, к обоим концам которого подключены согласованные источники  $e_c$  и  $e_y$ ), имеем  $R_r = \rho/2$ , где  $\rho$  — волновое сопротивление кабеля.

Если вольт-амперная характеристика диода описывается выражением  $i = f(u)$ , то вольт-амперная характеристика эквивалентного диода будет описываться выражением  $i = f(u - iR_r)$ . Дифференцируя это выражение как неявную функцию, получим выражение крутизны эквивалентного диода:

$$S_{\text{экр}}(u) = f'(u - iR_r) / [1 + R_r f'(u - iR_r)], \quad (\text{II.16})$$

где  $f'(u - iR_r)$  — значение производной функции  $f(u)$  в точке  $(u - iR_r)$ ,  $(u - iR_r)$  — напряжение, непосредственно приложенное к  $p$ - $n$  переходу диода. Очевидно, что под  $u$  надо понимать управляющее напряжение  $e_y$ .

Так как практически  $u_y \approx e_y$ , то

$$S_{\text{экр}}(u) \approx f'(u) / [1 + R_r f'(u)]. \quad (\text{II.17})$$

Для неискаженного преобразования, как показано в гл. I, функция  $S_{\text{экр}}(t)$  должна быть симметричной относительно времени, и коэффициенты ряда Фурье этой функции должны в полосе пропускания иметь одинаковые величины и знаки. В гетеродинном преобразователе это условие выполняется за счет использования корректирующих избирательных фильтров. Что же касается крутизны собственно смесителя гетеродинного преобразователя, то при  $Z_r \neq 0$  из-за явления обратного преобразования некоторые коэффициенты ряда Фурье могут иметь отрицательный знак, что выражается в повороте фазы некоторых комбинационных составляющих.

Разложим (II.17) как четную функцию времени в ряд Фурье:

$$S_{\text{экр}}(t) = 0,5 \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{n \text{ экр}} \cos n\Omega t, \quad (\text{II.18})$$

где  $S_{n \text{ экр}}$  — амплитуда  $n$ -й гармоники эквивалентной крутизны, вычисляемая как коэффициент  $a_n$  ряда Фурье с учетом его знака.

По аналогии с (II.12) — (II.15) определим параметры безынерционного смесителя. Коэффициент передачи смесителя по напряжению равен

$$L_p = -S_{p \text{ экв}} R_i R_{II} / 2 (R_i + R_{II}) = \\ = -N_p R_{II} / (R_i + R_{II}), \quad (II.19)$$

где  $N_p = S_{p \text{ экв}} R_i / 2 = S_{p \text{ экв}} / S_{0 \text{ экв}}.$  (II.20)

Входное и выходное сопротивления смесителя соответственно равны

$$R_{\text{вх } p} = \frac{R_i}{1 - |N_p| |L_p|} - R_r = \\ = \frac{1}{0,5 S_{0 \text{ экв}} (1 - |L_p| |S_{p \text{ экв}}| / S_{0 \text{ экв}})} - R_r; \quad (II.21)$$

$$R_{\text{вых}} = R_i = 2 / S_{0 \text{ экв}}, \quad (II.22)$$

т. е., как и при  $Z_r = 0$ , входное сопротивление безынерционного смесителя, оставаясь активным, зависит от номера гармоники входного сигнала, а его выходное сопротивление при  $Z_r = R_r$  является частотно-независимым.

На практике в преобразователях временного масштаба чаще всего используются смесительные диоды, вольт-амперные характеристики которых могут быть аппроксимированы экспонентой, параболой или отрезками прямой линии. Экспоненциальная аппроксимация наиболее характерна для СВЧ диодов, применяемых в гетеродинных преобразователях, последние две аппроксимации характерны для импульсных диодов, применяемых в стробоскопических преобразователях, при относительно малых и больших амплитудах входного сигнала соответственно.

Рассмотрим применение метода нелинейного эквивалентного сопротивления как наиболее простого для определения параметров некоторых смесителей.

#### 4. Смеситель стробоскопического преобразователя с кусочно-линейной аппроксимацией вольт-амперной характеристики

Пусть вольт-амперная характеристика диода смесителя аппроксимируется выражением

$$\left. \begin{aligned} i &= a u \text{ при } u > 0 \\ i &= 0 \text{ при } u < 0 \end{aligned} \right\}, \quad u = u_- + u_y, \quad (II.23)$$

где  $a$  — коэффициент пропорциональности,  $u_-$  — смещение.

Крутизна смесителя при  $R_r = 0$  равна

$$\begin{aligned} S &= a \text{ при } u > 0, \\ S &= 0 \text{ при } u < 0, \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

т. е. не зависит от формы управляющего напряжения (стробимпульса) и при любых формах его будет иметь вид прямоугольных импульсов с длительностью, равной эффективной длительности стробимпульсов на уровне отсечки тока смесителя:

$$\begin{aligned} S(t) &= a \text{ при } 0 \leq t \leq t_n, \\ S(t) &= 0 \text{ при } t_n \leq t \leq T_n, \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

где  $t_n$  — эффективная длительность стробимпульсов,  $T_n$  — период их повторения.

Амплитудно-частотная характеристика преобразователя и его полоса пропускания согласно (II.12) определяются огибающей спектра крутизны смесителя и его шириной соответственно. При кусочно-линейной аппроксимации вольт-амперной характеристики смесителя огибающая спектра крутизны, как видно из (II.25), совпадает с огибающей спектра прямоугольного импульса длительностью  $t_n$ , независимо от формы стробимпульсов, т. е.

$$S(\omega) = S_{\max} t_n (\sin 0,5\omega t_n) / 0,5\omega t_n. \quad (\text{II.25a})$$

Отсюда граничная частота полосы пропускания на уровне 3 дБ равна

$$F_{\text{гр}} \approx 0,45/t_n. \quad (\text{II.26})$$

Эквивалентная крутизна смесителя при  $R_r \neq 0$  согласно (II.17) вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} S_{\text{эkv}}(u) &= a/(1 + aR_r) \text{ при } u > 0, \\ S_{\text{эkv}}(u) &= 0 \text{ при } u < 0. \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

Следовательно, как видно из сравнения (II.24) и (II.27), при кусочно-линейной аппроксимации увеличение внутреннего сопротивления источников приводит к уменьшению крутизны смесителя.

По спектру крутизны (II.27) с учетом ее периодичности можно, в соответствии с (II.19) — (II.22), определить параметры смесителя. Коэффициент передачи смесителя по напряжению равен

$$L_p = -\frac{1}{\pi p} \sin \frac{\pi p t_n}{T_n} \cdot \frac{a R_n}{1 + (t_n/T_n) a R_n + a R_r}. \quad (\text{II.28})$$

Входное и выходное сопротивления смесителя равны

$$R_{\text{вх } p} = \frac{1 + aR_r}{a(t_{\text{н}}/T_{\text{н}})[1 - |L_p|(T_{\text{н}}/\pi t_{\text{н}}p) \sin(\pi p t_{\text{н}}/T_{\text{н}})]} - R_r, \quad (\text{II.29})$$

$$R_{\text{вых}} = T_{\text{н}}(aR_r + 1)/at_{\text{н}}. \quad (\text{II.30})$$

Формулы (II.28) — (II.30) показывают, что при  $R_r \neq 0$  коэффициент передачи смесителя меньше, а его входное и выходное сопротивления больше, чем при  $R_r = 0$ . Так как сопротивление  $R_r$  не зависит от частоты входного сигнала, то полоса пропускания преобразователя не зависит от величины  $R_r$ . При уменьшении длительности стробимпульсов  $t_{\text{н}}$  полоса пропускания расширяется (если  $\sin \pi p t_{\text{н}}/T_{\text{н}} \approx \pi p t_{\text{н}}/T_{\text{н}}$ , то  $L_p \approx \text{const}$ ), а коэффициент передачи по э. д. с.  $N_p$  стремится к единице при  $R_r = 0$ . Входное сопротивление стробоскопического преобразователя уменьшается с увеличением  $p$ ; при  $t_{\text{н}} \rightarrow 0$   $R_{\text{вх}} \approx \text{const}$ .

Выводы, полученные в настоящем параграфе, могут быть полностью распространены на смеситель гетеродинного преобразователя, в котором используется режим работы диода с отсечкой его тока. При этом надо учитывать, что из-за наличия корректирующих фильтров на выходе преобразователя частотная характеристика смесителя не тождественна частотной характеристике преобразователя.

## 5. Смеситель стробоскопического преобразователя с квадратичной аппроксимацией вольт-амперной характеристики

Пусть вольт-амперная характеристика диода смесителя аппроксимируется выражением

$$\left. \begin{aligned} i &= au^2 \quad \text{при } u > 0, \\ i &= 0 \quad \text{при } u \leq 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.31})$$

где  $a$  — коэффициент пропорциональности, а управляющее напряжение имеет вид треугольного стробимпульса с единичной амплитудой:

$$\left. \begin{aligned} u &= e_y = 1 - 2|t/t_{\text{н}}| \quad \text{при } 0 \leq |t| \leq 0,5t_{\text{н}}, \\ u &\approx e_y = 0 \quad \text{при } 0,5t_{\text{н}} \leq |t| \leq T_{\text{н}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.32})$$

Крутизна смесителя при  $R_r = 0$  равна

$$\left. \begin{aligned} S &= 2au \text{ при } u > 0, \\ S &= 0 \text{ при } u < 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.33})$$

Таким образом, полоса пропускания преобразователя, равная ширине спектра крутизны смесителя, при квадратичной аппроксимации его вольт-амперной характеристики равна ширине спектра стробимпульса заданной формы с длительностью на уровне отсечки тока смесителя. При треугольном стробимпульсе граничная частота равна

$$F_{гр} \approx 0,63/t_n. \quad (\text{II.34})$$

Реальные стробимпульсы в наносекундном диапазоне имеют форму, близкую к треугольной, с закругленной вершиной. Для них при квадратичной аппроксимации вольт-амперной характеристики  $F_{гр} \approx 0,58/t_n$ . Эквивалентная крутизна смесителя при условии (II.32) и  $R_r \neq 0$  определяется из соотношений

$$\left. \begin{aligned} S_{эkv}(u) &= 2au/(1 + 2aR_r u) \text{ при } u > 0, \\ S_{эkv}(u) &= 0 \text{ при } u < 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.35})$$

Ввиду четности функции  $S(t)$  комплексная амплитуда гармоники крутизны эквивалентного диода на частоте  $\omega = 2\pi n/T_n$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , равна

$$\begin{aligned} S_{эkv}(j\omega) &= \text{Re} S_{эkv}(j\omega) = \\ &= \frac{8a}{T_n} \int_0^{t_n/2} \frac{(1 - 2|t/t_n|) \cos \omega t dt}{1 + 2aR_r(1 - 2|t/t_n|)}. \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

Опуская выкладки, можно написать выражение для огибающей спектра крутизны, определяющей амплитудно-частотную характеристику преобразователя с треугольными стробимпульсами:

$$\begin{aligned} S_{эkv}(\omega) &= \frac{2t_n}{T_n R_r} \left| \frac{\sin(0,5\omega t_n)}{0,5\omega t_n} - \frac{1}{2aR_r} \cos \frac{\omega t_n}{4aR_r} \times \right. \\ &\times (1 + 2aR_r) \left[ \text{Ci} \frac{\omega t_n}{4aR_r} (1 + 2aR_r) - \text{Ci} \frac{\omega t_n}{4aR_r} \right] - \\ &\left. - \frac{1}{2aR_r} \sin \frac{\omega t_n}{4aR_r} (1 + 2aR_r) \left[ \text{Si} \frac{\omega t_n}{4aR_r} (1 + 2aR_r) - \text{Si} \frac{\omega t_n}{4aR_r} \right] \right|, \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$



где  $\text{Si}(X)$ ,  $\text{Ci}(X)$  — интегральные синус и косинус [33],

$$X = (\omega t_{\text{н}}/4aR_{\Gamma})(1 + 2aR_{\Gamma}), \quad \omega t_{\text{н}}/4aR_{\Gamma}.$$

При  $R_{\Gamma} = 0$  выражение (II.37) приобретает вид

$$S_{\text{экв}}(\omega) = \frac{2at_{\text{н}}}{T_{\text{н}}} \left[ \frac{\sin(\omega t_{\text{н}}/4)}{\omega t_{\text{н}}/4} \right]^2. \quad (\text{II.38})$$

Сравнивая (II.37) и (II.38), видим, что увеличение  $R_{\Gamma}$  приводит как к уменьшению крутизны смесителя, так и к сокращению ширины спектра крутизны на уровне 0,7, т. е. к сокращению полосы пропускания стробоскопического преобразователя. Как и в предыдущем примере, уменьшение длительности стробимпульсов приводит к расширению полосы пропускания преобразователя. Кроме того, увеличение  $R_{\Gamma}$  приводит к линеаризации результирующей вольт-амперной характеристики смесителя, в результате чего спектр крутизны смесителя с любой вольт-амперной характеристикой приближается к спектру крутизны смесителя с кусочно-линейной вольт-амперной характеристикой.

При экспоненциальной вольт-амперной характеристике диода смесителя  $i = D(e^{au} - 1)$ , где  $D$  и  $a$  — константы, крутизна преобразования равна  $S(t) = di/du = aDe^{au}$ . Даже при гармоническом управляющем напряжении  $u = U_y \cos \Omega t$

$$S(t) = Da \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(aU_y) e^{jn\Omega t},$$

где  $J_n(aU_y)$  — модифицированная функция Бесселя 1-го рода  $n$ -го порядка от аргумента  $aU_y$ , т. е. спектр крутизны при экспоненциальной вольт-амперной характеристике имеет большую ширину, чем при других видах аппроксимации вольт-амперной характеристики диода смесителя.

Как показано в [32], в гетеродинном преобразователе с гармоническим управляющим напряжением и экспоненциальной вольт-амперной характеристикой диода смесителя влияние  $R_{\Gamma}$  сказывается в том, что входное сопротивление смесителя зависит от выходного сопротивления источников  $R_{\Gamma}$ , а изменение коэффициента передачи по э.д.с.  $N_p$  при плавном изменении амплитуды управляющего напряжения имеет немонотонный характер (вплоть до поворота фазы на  $180^\circ$  для  $p > 2$ ). Входное сопротивление смесителя и коэффициент пере-

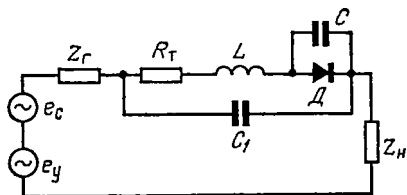
дачи  $N_p$  уменьшаются с увеличением  $\rho$ , выходное сопротивление смесителя от  $\rho$  не зависит. Влияние  $R_T$  на параметры смесителя можно объяснить эффектом обратного преобразования, которое также значительно усложняет настройку корректирующих фильтров, компенсирующих неравномерность коэффициента передачи смесителя.

## 6. Полоса пропускания преобразователя с учетом инерционности смесителя

Полученные для безынерционных смесителей формулы (II.12) и (II.19) позволяют определить зависимость коэффициента передачи смесителя от частоты, что для стробоскопического преобразователя эквивалентно определению его амплитудно-частотной характеристики (при идеальном фильтре нижних частот). Для гетеродинного преобразователя зависимость коэффициента передачи смесителя от частоты определяет требования к избирательным фильтрам на выходе.

Рассмотрим влияние паразитных параметров диода на полосу пропускания преобразователей, считая, что управляющее напряжение не ограничивает ее. На рис. II.9 показана эквивалентная схема преобразователя

Рис. II.9. Эквивалентная схема преобразователя с учетом паразитных параметров смесительного диода.



с учетом этих параметров, где  $R_T$  — сопротивление базы полупроводника,  $L$  и  $C_1$  — паразитные индуктивность и емкость выводов диода,  $C$  — нелинейная емкость  $p-n$  перехода.

Для упрощения анализа сделаем следующие допущения:  $Z_r = \rho/2$  ( $\rho$  — волновое сопротивление соединительного кабеля);  $C_1 = 0$ ; в динамическом диапазоне входных сигналов  $C = \text{const}$ ; сопротивление нагрузки смесителя  $Z_H = R_H$  для гармоник преобразованного сигнала и  $Z_H = 0$  для остальных комбинационных частот, в том числе для входного сигнала; диод можно заменить ре-

зистором, сопротивление которого  $R_{вх\ p}$  является функцией номера гармоники входного сигнала  $m$  (при гетеродинном преобразовании  $m = pb_{II}$ ) или преобразованного сигнала  $p$ , но не зависит от абсолютного значения частоты входного сигнала  $\omega = m\omega_c$ ; обратное преобразование отсутствует; паразитные параметры диода внешние относительно резистора  $R_{вх\ p}$ .

Величина  $R_{вх\ p}$  определяется вольт-амперной характеристикой диода и управляющим напряжением (для стробоскопического преобразователя  $R_{вх\ p} \approx \infty$ , для гетеродинного преобразователя  $R_{вх\ p}$  равно сотням ом). Комплексные амплитуды гармоник преобразованного сигнала на нагрузке смесителя пропорциональны комплексным амплитудам соответствующих гармоник сигнала  $U_{p\ вх}$  на входе диода, т. е. на сопротивлении  $R_{вх\ p}$ . Поэтому зависимость  $U_{p\ вх}(j\omega)$  определяет амплитудно-и фазочастотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) стробоскопического преобразователя.

В гетеродинном преобразователе, имеющем ряд каналов УПЧ, эта зависимость определяет частотные характеристики  $p$ -го канала УПЧ, так как последующие избирательные фильтры компенсируют лишь неравномерность спектра управляющего напряжения, не зависящего от частоты его повторения, но не компенсируют инерционность диода при изменении  $\omega_c$ . Зависимость  $U_{p\ вх}(j\omega)$  снимается при одновременном изменении частот входного сигнала  $\omega = m\omega_c$  и управляющего напряжения  $\Omega$  для обеспечения условия

$$m\omega_c - p\Omega = p\omega_{пр}.$$

С учетом сказанного получим

$$K_p(j\omega) = \frac{U_{p\ вх}(j\omega)}{\dot{E}_c} = \frac{\exp \left[ -j \operatorname{arctg} \frac{\omega (R_{ГЭ} C + L/R_{вх\ p})}{R_{ГЭ}/R_{вх\ p} + 1 - \omega^2 LC} \right]}{r (R_{ГЭ}/R_{вх\ p} + 1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (R_{ГЭ} C + L/R_{вх\ p})^2}, \quad (II.39)$$

где  $R_{ГЭ} = R_T + p/2$ .

Модуль этого выражения определяет АЧХ преобразователя, а аргумент — ФЧХ преобразователя (соответственно АЧХ и ФЧХ  $p$ -го канала гетеродинного преоб-

разователя). На средних и низких частотах, где  $\omega^2 LC \ll 1$ ,

$$K_{p\text{ ср}}(j\omega) \approx R_{\text{вх } p} / (R_{\text{гэ}} + R_{\text{вх } p}). \quad (\text{II.40})$$

Выражение (II.39) позволяет определить граничную частоту полосы пропускания стробоскопического преобразователя и  $p$ -го канала гетеродинного преобразователя.

Если граничную частоту  $\omega_{\text{гр}}$  определять на уровне  $1,4K_{p\text{ ср}}(j\omega)$ , что соответствует подъему АЧХ на 3 дБ, то, подставляя  $K_p(j\omega) = 1,4K_{p\text{ ср}}(j\omega)$  в (II.39), получаем

$$\begin{aligned} \omega_{\text{гр } 1,4} = & \sqrt{\left(\frac{R_{\text{гэ}}}{R_{\text{вх } p}} + 1\right) \frac{1}{LC} - \frac{1}{2} \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{L} + \frac{1}{R_{\text{вх } p} C}\right)^2 -} \\ & - \sqrt{\left(\frac{R_{\text{гэ}}}{R_{\text{вх } p}} + 1\right)^2 \cdot \frac{1}{2L^2 C^2} -} \\ & - \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{L} + \frac{1}{R_{\text{вх } p} C}\right)^2 \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{R_{\text{вх } p}} + 1\right) \frac{1}{LC} + \\ & + \frac{1}{4} \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{L} + \frac{1}{R_{\text{вх } p} C}\right)^4. \end{aligned} \quad (\text{II.41})$$

Отрицательное число под внутренним корнем в (II.41) соответствует подъему АЧХ менее 3 дБ. В этом случае граничную частоту надо искать, подставляя в (II.39)  $K_p(j\omega) = 0,7K_{p\text{ ср}}(j\omega)$ . Тогда

$$\begin{aligned} \omega_{\text{гр } 0,7} = & \sqrt{\left(\frac{R_{\text{гэ}}}{R_{\text{вх } p}} + 1\right) \frac{1}{LC} - \frac{1}{2} \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{L} + \frac{1}{R_{\text{вх } p} C}\right)^2 +} \\ & + \sqrt{2 \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{R_{\text{вх } p}} + 1\right)^2 \frac{1}{L^2 C^2} - \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{L} + \frac{1}{R_{\text{вх } p} C}\right)^2} \times \\ & \times \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{R_{\text{вх } p}} + 1\right) \frac{1}{LC} + \frac{1}{4} \left(\frac{R_{\text{гэ}}}{L} + \frac{1}{R_{\text{вх } p} C}\right)^4. \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Граничную частоту полосы пропускания гетеродинного преобразователя  $\omega_{\text{в}}$  можно определить из соотношения

$$\omega_{\text{в}} = \omega_{\text{гр мин}} p_{\text{м}} / p_{\text{гр мин}}, \quad (\text{II.43})$$

где  $p_{\text{гр мин}}$  — номер канала с наименьшей граничной частотой  $\omega_{\text{гр мин}}$ ,  $p_{\text{м}}$  — количество каналов.

Полосу пропускания преобразователя с учетом обратного преобразования, комплексного характера  $Z_r(j\omega)$ ,  $Z_n(j\omega)$  и  $R_{вх}(j\omega)$ ; можно определить при помощи системы уравнений (II.10):

Как следует из проведенного анализа, инерционность смесительного диода ограничивает полосу пропускания стробоскопического преобразователя даже при использовании управляющего напряжения с неограниченной шириной спектра, т. е. бесконечно коротких стробимпульсов. Она же ограничивает полосу пропускания гетеродинного преобразователя, так как не компенсируется каналами УПЧ. Паразитные параметры диода можно частично компенсировать либо увеличением волнового сопротивления линии в месте включения диода [5], либо при помощи фильтров в тракте передачи преобразованного сигнала [5, 28]. При известном характере инерционности диода в гетеродинном преобразователе ее можно компенсировать соответствующей настройкой каналов УПЧ при фиксированной частоте входного сигнала.

На полосу пропускания стробоскопического преобразователя оказывает большое влияние КСВ входа в связи с тем, что кабель, соединяющий источник сигнала с преобразователем, для наносекундных сигналов представляет собой длинную линию, нагруженную на комплексное входное сопротивление смесителя.

Еще большее влияние имеет КСВ на гетеродинный преобразователь, в котором диод (при отсутствии режима отсечки) все время находится в открытом состоянии, соответствующем малому значению  $R_{вх}$ . Для уменьшения КСВ необходимо в гетеродинном преобразователе выбирать амплитуду управляющего напряжения, обеспечивающую максимальное входное сопротивление смесителя.

Высокая чувствительность, свойственная гетеродинному преобразователю, позволяет применять на его входе развязывающие аттенюаторы, что существенно уменьшает КСВ и, следовательно, его влияние на полосу пропускания.

## 7. Предельная чувствительность преобразователя

Предельная чувствительность преобразователя определяется его внутренними шумами. В качестве критерия предельной чувствительности выберем входной сигнал,

обеспечивающий отношение сигнал/шум на выходе преобразователя, равное единице\*. Основными источниками внутренних шумов являются тепловой шум входного сопротивления, дробовой шум тока смесителя и входной лампы УПЧ (в гетеродинном преобразователе), фликкер-эффект смесителя (в стробоскопическом преобразователе).

При анализе гетеродинного преобразователя примем те же допущения, что и в радиоприемных устройствах: 1) все источники шумов — генераторы малого сигнала, что позволяет использовать принцип суперпозиции; 2) источники шумов взаимно некоррелированы и каждый из них является источником белого шума; 3) источники шумов и преобразователь находятся при одинаковой температуре. Из теории радиоприемных устройств [34] известно, что средний квадрат напряжения шума на выходе УПЧ равен

$$\overline{U_{\text{ш вых}}^2} = 4kT\Pi_{\text{э}} R_{\text{вых}} (t_{\text{э}} + F - 1) K^2, \quad (\text{II.44})$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура окружающей среды,  $\Pi_{\text{э}}$  — эквивалентная шумовая полоса УПЧ,  $R_{\text{вых}}$  — выходное активное сопротивление смесителя,  $t_{\text{э}}$  — относительная шумовая температура смесителя,  $F$  — коэффициент шума УПЧ,  $K$  — коэффициент усиления УПЧ, показывающий отношение напряжения на выходе УПЧ к напряжению на выходном сопротивлении смесителя при сопротивлении нагрузки смесителя  $R_{\text{н}} = \infty$ .

Эквивалентная шумовая полоса УПЧ в радиоприемных устройствах при наличии преселектора определяется из соотношения

$$\Pi_{\text{э}} = \int_0^{\infty} K^2(\omega) d\omega / K_{\text{макс}}^2(\omega), \quad (\text{II.45})$$

где  $K(\omega)$  — амплитудно-частотная характеристика УПЧ с учетом нагрузочного контура смесителя.

Относительная шумовая температура смесителя равна

$$t_{\text{э}} = \overline{i_{\text{ш}}^2} / \overline{i_{\text{ш0}}^2}, \quad (\text{II.46})$$

\* В осциллографической практике это отношение берут равным  $(2 \div 3)$ . Если распределение шумов считать нормальным, то при отношении, равном 2, в шумовой дорожке на экране ЭЛТ сосредоточено 68% энергии шума (входной сигнал, перемещающий луч ЭЛТ на ширину этой дорожки, определяет предельную чувствительность осциллографического устройства).

где  $\overline{i_{ш0}^2} = 4kTg_{вых}\Pi_э$ ,  $\overline{i_{ш}^2} = 4kt_эg_{вых}\Pi_эT$ ,  $g_{вых} = 1/R_{вых}$  — выходная активная проводимость смесителя,  $i_{ш0}$  — эффективное значение тока генератора, соответствующего шуму проводимости  $g_{вых}$ , находящейся при температуре окружающей среды  $T$ ,  $i_{ш}$  — эффективное значение тока генератора, учитывающего действие всех источников шума смесителя (имеются в виду источники, связанные с полупроводниковым диодом; шум, создаваемый нагрузкой смесителя и УПЧ, учитывается коэффициентом шума).

Формулой (II.44) можно воспользоваться для определения шумов на выходе  $p$ -го канала УПЧ гетеродинного преобразователя, если в ней  $\Pi_э = \Pi_{эp}$ ;  $F = F_p$ ;  $K = K_p$  — эквивалентная шумовая полоса, коэффициент шума и коэффициент передачи  $p$ -го канала УПЧ соответственно;  $t_э = t_{эp}$  — относительная шумовая температура смесителя на средней частоте  $p$ -го канала УПЧ;  $R_{вых} = R_{вых\ p}$  — выходное сопротивление смесителя гетеродинного преобразователя. Действие дополнительных каналов шума из-за отсутствия преселектора в гетеродинном преобразователе, а также отсутствие согласования входного сопротивления смесителя с источником сигнала учитывается величиной  $t_{эp}$ . Для стробоскопического преобразователя непосредственное использование формулы (II.44) невозможно.

Средний квадрат напряжения шума на выходе стробоскопического преобразователя равен

$$\overline{u_{ш\text{вых}\ c}^2} = 4kTR_{\text{вых}\ c} \int_0^{\infty} K_c^2(\omega) [t_{эc}(\omega) + F_c - 1] d\omega, \quad (\text{II.47})$$

где  $K_c(\omega)$  — коэффициент передачи низкочастотного тракта,  $F_c$  — его коэффициент шума,  $R_{\text{вых}\ c}$  — выходное сопротивление смесителя стробоскопического преобразователя,  $t_{эc}$  — его относительная шумовая температура.

Для определения предельной чувствительности пересчитаем шумы на выходе преобразователя к его входу. При этом аппроксимируем низкочастотный тракт стробоскопического преобразователя П-образным фильтром с нижней  $\omega_n$  и верхней  $\omega_b$  граничными частотами, соответствующими нижней и верхней частоте в спектре преобразованного сигнала, и с коэффициентом передачи  $K$ . Тогда для гетеродинного преобразователя, учитывая различные коэффициенты усиления каналов УПЧ в за-

зависимости от коэффициентов передачи смесителя,

$$\overline{u_{\text{швхг}}^2} = 4kTR_{\text{выхг}} \sum_{p=1}^{p_M} \Pi_{\varepsilon p} (t_{\varepsilon p} + F_p - 1) / N_p^2, \quad (\text{II.48})$$

где  $N_p$  — коэффициент передачи смесителя по э. д. с. для  $p$ -й гармоники преобразованного сигнала.

Для стробоскопического преобразователя, учитывая  $N_p \approx \text{const}$  при малых длительностях стробимпульсов [см. (II.28) при  $R_{\text{ш}} = \infty$ ],

$$\overline{u_{\text{швхс}}^2} = \frac{4kTR_{\text{выхс}}}{N^2} \int_{\omega_{\text{н}}/2\pi}^{\omega_{\text{в}}/2\pi} [t_{\varepsilon c}(\omega) + F_c - 1] d\Pi_{\varepsilon}. \quad (\text{II.49})$$

Предельные чувствительности гетеродинного и стробоскопического преобразователей соответственно равны

$$u_{\text{вх мин г}} = \sqrt{\overline{u_{\text{швхг}}^2}} =$$

$$= 2 \sqrt{kTR_{\text{выхг}} \sum_{p=1}^{p_M} \Pi_{\varepsilon p} (t_{\varepsilon p} + F_p - 1) / N_p^2}, \quad (\text{II.50})$$

$$u_{\text{вх мин с}} = \sqrt{\overline{u_{\text{швхс}}^2}} =$$

$$= \frac{2}{N} \sqrt{kTR_{\text{выхс}} \int_{\omega_{\text{н}}/2\pi}^{\omega_{\text{в}}/2\pi} [t_{\varepsilon c}(\omega) + F_c - 1] d\Pi_{\varepsilon}}. \quad (\text{II.51})$$

Прежде чем использовать полученные формулы, необходимо определить некоторые специфические величины, входящие в них.

Найдем  $t_{\varepsilon p}$  для гетеродинного преобразователя. Значение  $t_{\varepsilon p}$ , как и  $t_{\varepsilon}$  в (II.44), растет с уменьшением промежуточной частоты. Как показано в [35],  $t_{\varepsilon} \approx \text{const}$  при  $f_{\text{проп}} = 1 \div 10$  МГц.

Согласно [34]

$$\overline{i_{\text{ш макс}}^2} = 4kT\gamma_{\text{ш}} S\Pi_{\varepsilon}, \quad (\text{II.52})$$

где  $S$  — крутизна смесителя,

$$\gamma_{\text{ш}} = 1 + a_{\text{ш}}u^2 \quad (\text{II.53})$$



— коэффициент, зависящий от приложенного к диоду напряжения  $u$ ,  $a_{ш}$  — коэффициент пропорциональности

Учтем в выражении (II.52) суммарный шум, создаваемый эквивалентным нелинейным элементом, состоящим из диода и последовательно включенного сопротивления  $R_r$ :

$$\overline{i_{ш\text{ макс}}^2} = 4kT\gamma_p S_{э\text{кв}} \Pi_{э\text{ } p}, \quad (II.54)$$

где  $\gamma_p$  — коэффициент, аналогичный  $\gamma_{ш}$  на средней частоте  $p$ -го канала УПЧ,  $S_{э\text{кв}}$  — крутизна эквивалентного нелинейного элемента. Как  $\gamma_p$ , так и  $S_{э\text{кв}}$  являются функциями управляющего напряжения  $u_y$  и, следовательно, времени.

В [32] показано, что шумовой ток промежуточной частоты равен

$$\overline{i_{ш\text{ пр}}^2} = 4kT\Pi_{э\text{ } p}(\gamma_p S_{э\text{кв}})_0, \quad (II.55)$$

где  $(\gamma_p S_{э\text{кв}})_0$  — постоянная составляющая разложения функции  $\gamma_p S_{э\text{кв}}(t)$  в ряд Фурье с периодом  $2\pi/\Omega$ .

Сравнивая (II.55) с  $\overline{i_{ш}^2}$  в (II.46), находим

$$t_{э\text{ } p} = (\gamma_p S_{э\text{кв}})_0 / g_{\text{вых}}. \quad (II.56)$$

С учетом (II.53) при гармоническом управляющем напряжении и  $g_{\text{вых}} = S_{0\text{ экв}}/2$ , получим

$$\begin{aligned} t_{э\text{ } p} &= 1 + \frac{a_{ш} U_y^2}{2} + \frac{S_{2\text{ экв}}}{2S_0} a_{ш} U_y^2 = \\ &= 1 + \frac{a_{ш} U_y^2}{2} \left( 1 + \frac{S_{2\text{ экв}}}{S_0} \right), \end{aligned} \quad (II.57)$$

где  $U_y$  — амплитуда управляющего напряжения.

В том случае, когда отсутствует статическая шумовая характеристика диода  $\gamma_{ш}(U_y)$ , его шумовые свойства можно приблизительно оценить по вольт-амперной характеристике, используя эквивалентную схему замещения [35]. Согласно [35]

$$\overline{i_{ш\text{ макс}}^2} = 2\varepsilon(i_{\text{пр}} + i_{\text{обр}}) \Delta f, \quad (II.58)$$

где  $\varepsilon$  — заряд электрона,  $i_{\text{пр}}$  и  $i_{\text{обр}}$  — прямой и обратный ток диода соответственно без учета шумовых компонентов,  $\Delta f$  — полоса частот.

Ввиду малости  $i_{обр}$ , учитывая  $\varepsilon/2kT = 20 \text{ В}^{-1}$ , можно написать

$$i_{ш \text{ макс}}^2(t) = 80kTi_{пр}(t) \Pi_{эр}, \quad (\text{II.59})$$

где  $i_{пр}(t)$ ,  $i_{ш \text{ макс}}^2(t)$  — мгновенные значения тока  $i_{пр}$  и величины  $i_{ш \text{ макс}}^2$  соответственно.

Учитывая (II.59), (II.54) и (II.56), получим

$$\gamma_p S_{экр}(t) = 20i_{пр}(t) \quad (\text{II.60})$$

и

$$t_{эп} = 20i_{-}/g_{вых} = 20i_{-} R_{вых \Gamma}, \quad (\text{II.61})$$

где  $i_{-}$  — постоянная составляющая тока смесителя.

Поскольку значения коэффициента шума  $F_p$  для различных схем УПЧ имеются в литературе [36], полоса  $\Pi_{эр}$  вычисляется аналогично (II.45), а остальные величины в формуле (II.50) также легко определяются по известным формулам, то предельная чувствительность гетеродинного преобразователя поддается теоретическому расчету.

Для повышения чувствительности гетеродинного преобразователя необходимо увеличивать значение  $N_{р \text{ мши}}$ , т. е. расширять спектр крутизны  $S(t)$ , например, применяя режим работы диода с отсечкой и негармоническое управляющее напряжение, а также сужать полосу пропускания УПЧ (уменьшая  $\Pi_{эр}$ ). Однако последняя возможность ограничена нестабильностью частот повторения сигнала и управляющего напряжения, влияние которой можно устранить с помощью автоподстройки частоты.

Определим величины, необходимые для теоретического расчета чувствительности стробоскопического преобразователя. В стробоскопическом преобразователе величина  $[t_{эс}(\omega) - 1]$  растет с уменьшением частоты преобразованного сигнала. На достаточно низких частотах этого сигнала шум в основном определяется фликкер-эффектом, на высоких частотах — дробовым эффектом. В первом приближении можно считать, что эта разность обратно пропорциональна частоте при  $\omega < \omega_0$ , как это имеет место для смесительных СВЧ диодов [37], и равна  $A$  при  $\omega \geq \omega_0$ , где  $\omega_0$  зависит от параметров смесителя.

Тогда

$$\int_{\omega_H}^{\omega_B} [t_{эс}(\omega) - 1] d\omega = \int_{\omega_H}^{\omega_1} \frac{A\omega_0 d\omega}{\omega} + A(\omega_B - \omega_1) =$$

$$= A \left( \omega_0 \ln \frac{\omega_1}{\omega_H} + \omega_B - \omega_1 \right), \quad (\text{II.62})$$

где  $\omega_1 = \omega_0$  при  $\omega_0 < \omega_B$ ,  $\omega_1 = \omega_H$  при  $\omega_0 \geq \omega_B$ ,  $A = t_{эп} - 1$  из (II.61).

Подставляя (II.62) в (II.51), получаем

$$u_{\text{вх мин с}} = \frac{2}{N} \sqrt{kTR_{\text{вх с}} \left\{ \frac{A}{2\pi} \left[ \omega_0 \ln \frac{\omega_1}{\omega_H} + \right. \right.}$$

$$\left. \left. + (\omega_B - \omega_1) \right] + F_c(\omega_B - \omega_H) \right\}}. \quad (\text{II.63})$$

Рассмотрим частный случай, когда прямоугольный стробимпульс имеет длительность  $t_H$ , период повторения  $T_H$  и действует на смеситель с вольт-амперной характеристикой

$$i = u/R_{\text{пр}} \quad \text{при } u > 0,$$

$$i = u/R_{\text{обр}} \quad \text{при } u < 0,$$

где

$$u = U_{\text{пр}} \quad \text{при } |t| < t_H,$$

$$u = U_{\text{см}} \quad \text{при } t_H < |t| < T_H,$$

$R_{\text{пр}}$  и  $R_{\text{обр}}$  — прямое и обратное сопротивления диода соответственно.

Так как при выводе формулы (II.61) принимался произвольный закон изменения крутизны смесителя, то ее можно использовать и для принятой аппроксимации вольт-амперной характеристики диода. Однако при этом необходимо учитывать влияние обратного тока, которым в (II.58) пренебрегать нельзя, так как в стробоскопическом преобразователе смеситель большую часть периода находится в закрытом состоянии. Тогда в (II.61) постоянная составляющая тока равна

$$i_- = U_{\text{пр}} t_H / R_{\text{пр}} T_H + U_{\text{см}} / R_{\text{обр}}. \quad (\text{II.64})$$

В соответствии с (II.20) и (II.22)

$$N = \frac{1}{1 + R_{\text{пр}} T_{\text{ш}} / R_{\text{обр}} t_{\text{ш}}}, \quad (\text{II.65})$$

$$R_{\text{вых с}} = \frac{R_{\text{обр}}}{1 + R_{\text{обр}} t_{\text{ш}} / R_{\text{пр}} T_{\text{ш}}}. \quad (\text{II.66})$$

По аналогии с УПЧ

$$F_{\text{с}} = 1 + \frac{R_{\text{вых с}}}{R_{\text{ш}}} + \frac{R_{\text{ш}} (R_{\text{вых с}} + R_{\text{ш}})^2}{R_{\text{ш}}^2 R_{\text{вых с}}}, \quad (\text{II.67})$$

где  $R_{\text{ш}}$  — эквивалентное шумовое сопротивление входной лампы усилителя-расширителя,  $R_{\text{ш}}$  — сопротивление нагрузки смесителя.

Далее пусть шум, обусловленный фликкер-эффектом, определяется аналогично [5] из энергетического спектра:

$$W(\omega) = A_0 i_{\text{обр}}^2 / \omega, \quad (\text{II.68})$$

где

$$A_0 \approx 2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}.$$

Вычисляя значения  $\overline{i_{\text{ш}}^2}$  из (II.46), (II.61), (II.62) для дробового и фликкер-эффекта и приравнивая их на частоте  $\omega_0$ , можно написать (при условии  $A \approx t_{\text{эп}}$ ):

$$A_0 \cdot i_{\text{обр}}^2 / \omega \approx 4kT A \omega_0 / \omega R_{\text{вых с}},$$

откуда

$$\omega_0 = A_0 i_{\text{обр}}^2 R_{\text{вых с}} / 4kT A \quad (\text{II.69})$$

Оценим количественно предельную чувствительность гетеродинного и стробоскопического преобразователей применительно к осциллографическим устройствам с учетом дополнительного коэффициента в (II.50) и (II.51), равного 2. Данные для расчета чувствительности гетеродинного преобразователя с гармоническим управляющим напряжением возьмем из экспериментального макета [32]:  $\mu_{\text{ш}} = 6$ ,  $P_{\text{эп}} = 30$  кГц,  $i_{\text{ш}} = 0,7$  мА, эквивалентное шумовое сопротивление входной лампы УПЧ (6Ж9П)  $R_{\text{ш}} = 500$  Ом, входное сопротивление УПЧ  $R_{\text{л}} \approx \infty$ , коэффициент увеличения шума сопротивления  $R_{\text{л}}$  из-за инерции электронов  $t_{\text{л}} \approx 1$ , резонансное сопротивление контуров гребенчатого фильтра  $R_{\text{эп}} = 25$  кОм, коэффициент включения контуров гребенчатого фильтра  $m = 0,1$ ;  $R_{\text{вых с}} = 220$  Ом;  $N_1 = 0,82$ ;  $N_2 = 0,48$ ;  $N_3 = 0,11$ ;  $N_4 = -0,14$ ;  $N_5 = -0,1$ ;  $N_6 = -0,072$ ;  $T = 293$  К (часть данных получена расчетным путем).

При этих условиях получим  $u_{\text{вх мин г}} \approx 30$  мкВ, что близко к экспериментальному результату (50 мкВ).

Данные для расчета чувствительности стробоскопического преобразователя примем следующие:  $U_{\text{пр}} = 0,5$  В;  $U_{\text{см}} = -0,5$  В;

$R_{np} = 100 \text{ Ом}; R_{обp} = 10 \text{ мОм}; R_{ш} = 100 \text{ Ом}; t_n = 2 \cdot 10^{-10} \text{ с}; T_n = 10^{-5} \text{ с}; \omega_p = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-5}; \omega_n = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^3; R_n = 100 \text{ кОм}; T = 293 \text{ К}.$

Тогда  $u_{вх\text{ мин}} \approx 3 \text{ мВ}$ , что близко к литературным экспериментальным данным.

Таким образом, предельная чувствительность гетеродинного преобразователя значительно лучше предельной чувствительности стробоскопического преобразователя.

Максимально допустимая амплитуда входного сигнала в простом стробоскопическом и гетеродинном преобразователях равна примерно 0,1—0,15 амплитуды управляющего напряжения. При этом динамический диапазон гетеродинного преобразователя равен примерно 80 дБ, а стробоскопического преобразователя — около 36 дБ. В более совершенных стробоскопических преобразователях (например, с обратной связью, см. гл. III) максимально допустимая амплитуда входного сигнала близка к амплитуде стробимпульса (около 2,5 В), т. е. динамический диапазон достигает 60 дБ. Следовательно, динамический диапазон гетеродинного преобразователя значительно превосходит динамический диапазон стробоскопического преобразователя.

## 8. Отношение сигнал/шум на выходе преобразователя

В гл. I было показано, что благодаря наличию избирательных фильтров в гетеродинном преобразователе отношение сигнал/шум на его выходе больше, чем на выходе стробоскопического преобразователя. Выведем формулы, позволяющие определить это отношение и сравнить его величину для гетеродинного и стробоскопического преобразователей.

При анализе примем следующие предположения: на входе смесителя действует периодический сигнал с верхней частотой спектра  $\omega_{вх\text{ макс}} = m_{\text{макс}} \omega_c$  (при гетеродинном преобразовании  $m_{\text{макс}} = b_n p_m$ ); помеха имеет вид белого шума с нулевым средним значением, внутренний шум в преобразователе отсутствует; энергетический спектр помех отличен от нуля лишь в полосе частот от 0 до  $\omega_{в\text{ макс}}$ , мощность шума на входе преобразователя  $\overline{u_{ш\text{ вх}}^2} = \sigma^2$ ; все гармоники эквивалентной крутизны смесителя равны, т. е.  $S_{p\text{ экв}} = S$  и  $N_p = S_{p\text{ экв}} / S_{0\text{ экв}} = N$ ; эквивалентные шумовые полосы всех каналов гетеродинного преобразователя равны.

Рассмотрим вначале гетеродинный преобразователь. Мощность сигнала на входе смесителя равна

$$U_{с\text{ вх}}^2 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{b_{н} p_{м}} A_m^2, \quad (\text{II.70})$$

где  $A_m$  — амплитуда  $m$ -й гармоники входного сигнала.

Учитывая одинаковые коэффициенты передачи всех УПЧ преобразователя, а также одновременное уменьшение амплитуды и скважности преобразованного сигнала по сравнению с входным сигналом, получим мощность сигнала на выходе сумматора:

$$U_{с\text{ вых}}^2 = (1/b_{н}) K^2 U_{с\text{ вх}}^2, \quad (\text{II.71})$$

где  $K$  — общий коэффициент передачи канала, включая смеситель, УПЧ и сумматор.

Составляющие белого шума преобразуются в промежуточную частоту в соответствии с равенством

$$\mp \omega_{ш} \pm n\Omega = p\omega_{пр}, \quad (\text{II.72})$$

где  $\omega_{ш}$  — частота составляющей, удовлетворяющая условию (II.72).

Учитывая принятое предположение  $\omega_{ш\text{ макс}} = b_{н} p_{м} \omega_{с}$  и условие отсутствия перекрестных искажений  $\omega_{с} \ll \ll 2p_{м} \omega_{пр}$ , можно легко убедиться, что в (II.72), максимальное значение  $n$  равно  $p_{м}$ . Ввиду того, что  $n$  принимает положительные, отрицательные и нулевые значения, общее количество гармоник управляющего напряжения, принимающих участие в образовании данной промежуточной частоты (гармоники преобразованного сигнала), равно  $2p_{м} + 1$ .

Так как преобразователь содержит  $p_{м}$  каналов, то мощность шума на выходе сумматора равна

$$\overline{u_{ш\text{ вых}}^2} = p_{м} (2p_{м} + 1) K^2 \Delta\omega_{э} \sigma^2 / \omega_{в\text{ макс}}, \quad (\text{II.73})$$

где  $\Delta\omega_{э} = 2\pi \cdot \Pi_{эp}$  — эквивалентная шумовая полоса одного канала.

Тогда отношение сигнал/шум по напряжению на выходе гетеродинного преобразователя равно

$$\left| \frac{U_{с}}{U_{ш}} \right|_{\text{вых}} = \frac{U_{с\text{ вх}}}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{\omega_{вх\text{ макс}}}{b_{н} p_{м} (2p_{м} + 1) \Delta\omega_{э}}}, \quad (\text{II.74})$$

а выигрыш этого отношения по сравнению со входом равен

$$A_r = \frac{|U_c/U_{ш}|_{\text{вых}}}{|U_c/U_{ш}|_{\text{вх}}} = \sqrt{\frac{\omega_{\text{вх макс}}}{b_{\text{н}} \rho_{\text{м}} (2\rho_{\text{м}} + 1) \Delta\omega_{\text{э}}}} = \sqrt{\frac{\omega_c}{(2\rho_{\text{м}} + 1) \Delta\omega_{\text{э}}}}. \quad (\text{II.75})$$

При

$$\rho_{\text{м}} \gg 1$$

$$A_r \approx \sqrt{\omega_c / 2\rho_{\text{м}} \Delta\omega_{\text{э}}}. \quad (\text{II.76})$$

Как видно из (II.76), при одном и том же количестве каналов  $\rho_{\text{м}}$  величина  $A_r$  не зависит от  $b_{\text{н}}$ , т. е. одинакова для многочастотного гетеродинирования и метода частотных выборок. Если верхняя частота входного сигнала в обоих случаях одинакова, то за счет уменьшения  $\rho_{\text{м}}$  выигрыш  $A_r$  при частотных выборках будет больше в  $\sqrt{b_{\text{н}}}$  раз.

В работе [6] показано, что максимальное значение выигрыша в отношении сигнал/шум в стробоскопическом преобразователе равно

$$A_{\text{стр}} = \sqrt{\frac{\omega_c}{2b_{\text{н}} \rho_{\text{м}} \omega_{\text{нр}}}}, \quad (\text{II.77})$$

где верхняя частота преобразованного сигнала выражена в виде  $b_{\text{н}} \rho_{\text{м}} \omega_{\text{нр}}$ , а  $\omega_{\text{нр}}$  — частота повторения преобразованного сигнала; множитель  $\omega_c / \omega_{\text{нр}}$  равен коэффициенту трансформации.

Сравнивая (II.76) и (II.77), можно убедиться, что гетеродинный метод при идеальной форме крутизны  $S(t)$  обеспечивает в  $Q$  раз больший выигрыш в отношении сигнал/шум, чем стробоскопический метод при одинаковых верхних частотах преобразованного сигнала и одинаковых коэффициентах трансформации. Разделив (II.76) на (II.77), получим

$$Q = \sqrt{b_{\text{н}} \omega_{\text{нр}} / \Delta\omega_{\text{э}}}. \quad (\text{II.78})$$

Практически при гетеродинном преобразовании трудно из-за конструктивных ограничений получить такой большой коэффициент трансформации (столь малую ширину спектра преобразованного сигнала), как при стробоскопическом преобразовании. Поэтому даже при использовании сложного управляющего напряжения, обес-

печивающего условие  $N_p = \text{const}$ , выражение (II.78) отражает лишь потенциальные возможности гетеродинного метода.

При гармоническом управляющем напряжении выигрыш получается меньше, чем при идеальной форме этого напряжения, обеспечивающей  $N_p = \text{const}$ . Физически это объясняется тем, что с ростом номера гармоники требуется увеличить усиление УПЧ, т. е. растет вес шума высших гармоник. При уменьшении количества каналов  $p_m$  выигрыш увеличивается. Следовательно, с точки зрения отношения сигнал/шум выгодно применять негармоническое управляющее напряжение. Кроме того, для улучшения отношения сигнал/шум, как и для повышения чувствительности, необходимо принимать меры, устраняющие влияние нестабильностей частот  $\omega_c$  и  $\Omega$  и позволяющие уменьшить полосу пропускания УПЧ (т. е. величину  $\Delta\omega_a$ ), например, использовать схемы автоматической подстройки частоты  $\omega_{пр}$ .

Необходимо напомнить, что преимущества гетеродинного преобразователя практически можно реализовать лишь при входных сигналах с малой скважностью.

## 9. Некоторые применения стробоскопического и гетеродинного преобразователей в измерительной технике

Линейное преобразование временного масштаба применяется в измерительной технике в основном для согласования частотных спектров исследуемых сигналов с возможностями измерительной аппаратуры (главным образом, осциллографической). Оно впервые решает проблему исследования переходных процессов нано- и пикосекундной длительности (например, в полупроводниковых диодах, ферромагнитных пленках и др.), позволяет осуществить передачу наносекундных импульсов и дистанционное измерение их параметров, а также обработку этой измерительной информации электронно-вычислительными машинами, дает возможность наблюдать периодические сигналы на фоне шумов, а также исследовать структуру СВЧ импульсов со стабильной фазой высокочастотных колебаний, однородность линий передач и др. Однако все известные применения линейного преобразования временного масштаба основаны на использовании стробоскопических преобразователей [5, 6, 15—18].

Рассмотрим некоторые способы применения линейного преобразования временного масштаба, основанные на использовании гетеродинного\* и модернизированного стробоскопического преобразователей.

Одновременное наблюдение формы периодических наносекундных импульсов и анализ их комплексного спектра. Гетеродинный

\* Подробнее см. [32].



преобразователь позволяет одновременно наблюдать форму и анализировать комплексный спектр периодических наносекундных импульсов с высокой частотой повторения, в котором содержится относительно небольшое количество гармоник.

Для наблюдения огибающей спектра амплитуд достаточно измерить амплитуду каждой гармоники преобразованного сигнала на выходе соответствующих УПЧ в структурной схеме рис. 1.8. Используя электронный коммутатор, переключающий выходы УПЧ, и двухлучевой осциллограф, можно наблюдать одновременно форму исследуемого сигнала и огибающую его амплитудного спектра.

В частности, большой интерес представляет измерение коэффициента нелинейных искажений с одновременным анализом спектра искаженной синусоиды. Измеряя вольтметром амплитуду каждой гармоники, нетрудно оценить коэффициент нелинейных искажений и удельный вес отдельных гармоник.

Для измерения фазового спектра исследуемых импульсов достаточно измерить сдвиг фаз каждой гармоники преобразованного сигнала по отношению к его первой гармонике (например, при помощи фигур Лиссажу).

Интересными возможностями обладает гетеродинный преобразователь при исследовании нелинейных элементов (например, полупроводниковых диодов) в диапазоне частот. Измеряя спектры амплитуд и фаз тока этих элементов в диапазоне частот, можно строить различные схемы замещения и судить о физических процессах, происходящих в этих элементах.

Одновременное измерение импульсной (переходной), амплитудно- и фазочастотной характеристик широкополосных линейных цепей. Гетеродинный преобразователь может быть использован для одновременного измерения импульсной (переходной), амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик широкополосных линейных цепей при помощи достаточно короткого периодического испытательного импульса.

Если испытательный импульс имеет настолько малую длительность, что его амплитудный спектр можно считать равномерным, то, измерив спектры амплитуд и фаз импульса на выходе исследуемой цепи, нетрудно определить ее комплексный коэффициент передачи на используемых частотных выборках. Измерения фазовых сдвигов производятся по отношению к фазе первой гармоники, а поэтому полученная ФЧХ справедлива лишь для широкополосных цепей, практически не вносящих фазового сдвига на частоте первой выборки. Истинная ФЧХ может быть получена для любых линейных цепей, если известен фазовый сдвиг первой частотной выборки.

Напряжения на выходе сумматора будет отражать импульсную характеристику исследуемой цепи с достаточной точностью лишь в том случае, если эту характеристику можно аппроксимировать суммой относительно небольшого количества гармонических составляющих.

Переходную характеристику широкополосной линейной цепи можно измерить с помощью импульса произвольной формы. При этом переходная характеристика определяется как отклик исследуемой цепи на условный «прямоугольный меандр». Отличие спектра реального испытательного импульса от спектра идеального прямоугольного импульса компенсируется соответствующей установкой комплексных коэффициентов передачи УПЧ.

Автоматизация исследований периодических электрических сигналов. Исчерпывающую информацию об электрическом сигнале дает

его осциллографирование при известных значениях чувствительности вертикального канала и скорости развертки осциллографа, а также измерение его амплитудного спектра.

Для автоматизации осциллографических измерений необходимо изменять чувствительность и скорость развертки осциллографа таким образом, чтобы при исследовании сигналов с различными параметрами (находящимися в заданном диапазоне) размеры изображения сохранялись постоянными и выдавалась информация об установленных значениях чувствительности и скорости развертки (желательно, в цифровом виде). Еще более предпочтительной является нормализация не только размеров осциллографического изображения, но и параметров самого сигнала на входе ЭЛТ, так как при этом облегчается совместная работа осциллографа с вычислительными устройствами, обрабатывающими измерительную информацию.

Для автоматизации измерения амплитудного спектра периодического сигнала необходимо нормализовать частоту повторения и амплитуду сигнала на входе анализатора спектра независимо от амплитуды и частоты повторения исследуемого сигнала.

Выполнить указанные требования можно применяя линейное преобразование временного масштаба исследуемых сигналов. Такое преобразование дает возможность использовать самоподстраивающийся аттенуатор в вертикальном канале с относительно узкой полосой пропускания, а также, автоматически регулируя коэффициент трансформации  $q_T$ , позволяет получить преобразованный сигнал постоянной длительности на входе ЭЛТ, т. е. нормализовать одновременно вертикальный и горизонтальный размеры осциллографического изображения. Кроме того, автоматически поддерживая постоянным период повторения гладкого МПН в стробоскопическом осциллографе или используя гетеродинный преобразователь, можно получить преобразованный сигнал с постоянной частотой повторения (в гетеродинном преобразователе она всегда постоянна). Амплитуда управляющего напряжения, необходимая для указанных регулировок, характеризует соответствующие параметры (амплитуду, длительность, частоту повторения) исследуемого сигнала и может быть использована для их цифрового измерения. Кроме сказанного, применение преобразователей временного масштаба для автоматизации исследований периодических сигналов позволяет одновременно расширить частотный диапазон соответствующих измерительных приборов (осциллографов и анализаторов спектра).

В качестве примера рассмотрим структурную схему стробоскопического осциллографа с автоматической установкой временного масштаба, приведенную на рис. II.10 [56]. Сущность ее работы заключается в том, что к выходу смесителя-расширителя стробоскопического преобразователя подключена схема, измеряющая длительность преобразованного импульса и изменяющая коэффициент трансформации временного масштаба в стробоскопическом преобразователе таким образом, что при любой длительности входных импульсов (в заданном диапазоне) преобразованный импульс имеет нормализованную (заранее заданную) длительность.

Исследуемый сигнал с выхода стробоскопического преобразователя 1 поступает на компаратор 5, предназначенный для формирования прямоугольного импульса с длительностью, равной длительности преобразованного сигнала. Выход компаратора 5 соединен с селектором импульсов по длительности 5, а также со схемой 12, измеряющей длительность преобразованного сигнала и формирую-

шей управляющее напряжение, пропорциональное величине этой длительности. Выходное напряжение схемы 12 при помощи схемы управления 13 и регулятора крутизны 8 управляет крутизной гладкого пилообразного напряжения, поступающего на вход блока 8 от генератора пилообразного напряжения 11. Крутизна выходного напряжения блока 8 определяет шаг считывания в системе автосдвига стробимпульсов 2, т. е. коэффициент трансформации преобразователя.

В случае несовпадения длительностей преобразованного и опорного импульсов на выходе селектора 6 появляется импульс, поступающий на коммутатор 9, который при этом выполняет следующие

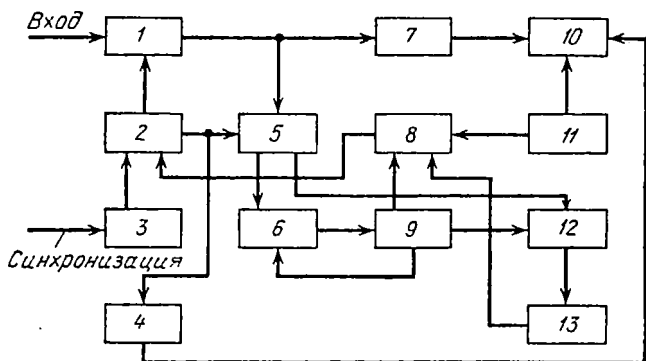


Рис. II.10. Структурная схема стробоскопического осциллографа с автоматической установкой временного масштаба:

1 — смеситель стробоскопического преобразователя; 2 — система автосдвига стробимпульсов; 3 — синхронизатор; 4 — генератор импульса подсвета ЭЛТ; 5 — компаратор; 6 — селектор длительности; 7 —  $\gamma$  — усилитель; 8 — регулятор крутизны пилообразного напряжения; 9 — коммутатор; 10 — ЭЛТ; 11 — генератор развертки; 12 — схема измерения длительности; 13 — схема управления крутизной пилообразного напряжения.

функции: в конце цикла гладкого МПН сбрасывает показания схемы измерения 12, устанавливает калибровочную величину коэффициента трансформации (лишь на один цикл преобразования), подключает схему измерения 12 к компаратору 5 (лишь на один цикл преобразования), запрещает работу селектора 6 и по окончании калибровочного цикла устанавливает все узлы в исходное состояние.

Во время калибровочного цикла по известной длительности преобразованного сигнала и величине коэффициента трансформации измеряется длительность входного сигнала и коэффициент трансформации изменяется таким образом, чтобы в последующих циклах преобразования длительность преобразованного импульса была равна нормализованной величине.

Узлы 1, 2, 3, 4, 7, 10, 11 выполняют известные в стробоскопическом осциллографе функции.

Исследование повторяющихся пачек неодинаковых наносекундных импульсов. Сложность измерения параметров такой пачки заключается в несозмеримости временного расстояния между импульсами внутри пачки, которое может быть довольно большим, и длительностей этих импульсов.

Структурная схема устройства для исследования указанных пачек показана на рис. II.11. Синхронимпульс от источника входного сигнала запускает одностабильный мультивибратор 1, вырабатывающий прямоугольный импульс, длительность которого несколько больше длительности пачки и меньше периода ее повторения. Этот мультивибратор предназначен для защиты от воздействия последующих импульсов, т. е. предохраняет от ложных срабатываний.

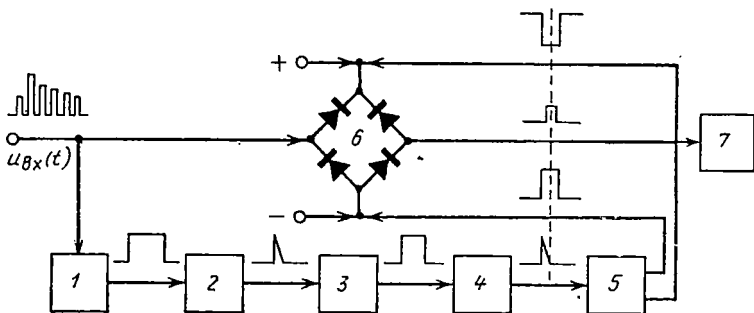


Рис. II.11. Структурная схема устройства для исследования повторяющихся пачек наносекундных импульсов.

Своим фронтом прямоугольный импульс после дифференцирования и ограничения в каскаде 2 запускает генератор импульсов 3 с дискретно регулируемой длительностью, которая должна принимать значения, кратные временному расстоянию между соседними импульсами в пачке. Максимальная длительность должна быть равна длительности пачки.

В момент спада импульса генератора 3 после дифференцирования и ограничения в каскаде 4 запускается генератор 5, вырабатывающий двухполярные селекторные импульсы, которые поступают на диагональ нормально закрытого диодного моста 6. Это позволяет вырезать из входного сигнала импульсы, расположенные в каждой пачке на одном и том же временном расстоянии от ее начала.

Таким образом, на выходе моста 6 получается периодическая последовательность импульсов, период которых равен периоду повторения пачек. Далее эту последовательность можно исследовать с помощью обычного стробоскопического осциллографа 7. Порядковый номер импульсов в пачках, образующих периодическую последовательность, зависит от установленной длительности импульса генератора 3. Огибающую входного сигнала можно исследовать при соответствующей временной развертке стробоскопического или обычного осциллографа.

Описанное устройство было использовано для исследования сигналов со следующими данными: частота повторения пачек — 10 кГц, количество импульсов в пачке — 30, максимальная амплитуда импульса — около 1 В, минимальная амплитуда импульса — около 30 мВ, длительность импульсов — 0,6—1 нс, временное расстояние между импульсами в пачке — 3 мкс.

**Измерение наносекундных временных интервалов.** Для измерения наносекундных временных интервалов при фиксированной частоте

ге повторения исследуемых импульсов целесообразно использовать структурную схему рис. II.1. Если источник исследуемых импульсов запускается синхронным импульсом, сформированным из напряжения кварцевого генератора, а стробимпульсы формируются из напряжения другого кварцевого генератора, имеющего более низкую частоту, то шаг считывания получается более стабильным, чем в преобразователях с системой автоматического сдвига стробимпульсов. Он вычисляется по формуле (II.1). Зная количество стробимпульсов, уложившихся на заданном временном интервале, можно измерить этот интервал.

## Глава III

### СПОСОБЫ СТРОБОСКОПИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОВТОРЯЮЩИХСЯ ВИДЕОИМПУЛЬСОВ

#### 1. Эквивалентные схемы стробоскопических преобразователей

В литературе описан ряд реализаций стробоскопического метода для повторяющихся видеосигналов. Поэтому весьма актуальной является задача — дать обобщенный анализ различных способов реализации, позволяющий определить предельные возможности каждого способа. Для этой цели необходимо разработать эквивалентную схему, соответствующую каждому способу с точки зрения математической связи между входным и выходным сигналами и отражающую основные зависимости между параметрами преобразователя, найти переходные характеристики этих схем и определить связь между ними и параметрами схем.

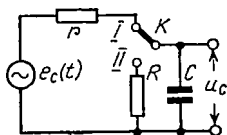
Как правило, в качестве нагрузки смесителей стробоскопических преобразователей используется цепь, отличающаяся от идеальной, принятой при рассмотрении смесителей в гл. II. Как показано в гл. V, для уменьшения нелинейных искажений необходимо увеличивать коэффициент передачи смесителя. Однако значительного увеличения коэффициента передачи смесителя с  $RC$ -нагрузкой без ущерба для полосы пропускания (без удлинения стробимпульса) в простом стробоскопическом преобразователе практически получить невозможно. Кроме того, этому преобразователю присущи и другие ограничения. Это привело к появлению некоторых более

совершенных способов стробоскопического преобразования.

Рассмотрим основные\* из них: простой преобразователь, преобразователь с пиковым детектором, преобразователь с обратной связью, преобразователь с многократным стробированием в одной точке, преобразователь с несинхронными стробимпульсами.

На эквивалентной схеме простого стробоскопического преобразователя (рис. III.1, рис. II.1 и II.2) обозначено:

Рис. III.1. Эквивалентная схема простого стробоскопического преобразователя.



$K$  — идеальный ключ, управляемый прямоугольными стробимпульсами длительностью  $t_{II} = \gamma T_{II}$ , где  $0 \leq \gamma \ll 1$ ,  $T_{II}$  — период повторения стробимпульсов, т. е. в положении  $I$  ключ находится в течение времени  $\gamma T_{II}$ , а в положении  $II$  — в течение времени  $(1 - \gamma) T_{II}$ ;  $r$  — сопротивление цепи заряда накопительной емкости  $C$  смесителя;  $R$  — сопротивление цепи разряда емкости  $C$ ;  $e_c(t)$  — входной сигнал с периодом повторения  $T_c$ ;  $u_c$  — напряжение на емкости  $C$ .

Если постоянная времени  $\tau_p = RC$  выбрана таким образом, что за промежуток времени между соседними стробимпульсами емкость  $C$  успевает практически разрядиться, то дискретные значения напряжения  $u_c(t)$  пропорциональны мгновенным значениям входного сигнала в соответствующие моменты времени. При  $T_{II} > T_c$  и выполнении (1.20) огибающая напряжения  $u_c(t)$  повторяет форму входного сигнала в преобразованном масштабе времени.

Если в схеме рис. III.1 постоянная времени цепи разряда накопительного конденсатора  $\tau_p$  выбрана таким образом, что емкость  $C$  за промежуток времени между соседними стробимпульсами незначительно разряжается, то она будет представлять собой эквивалентную схему стробоскопического преобразователя с пиковым детектором. Для того чтобы напряжение  $u_c(t)$  без искажений следовало за изменением входного сигнала и было близ-

\* Более подробно см. [40].

ко ему по величине, необходимо, как будет показано далее, наряду с уменьшением длительности стробимпульса, использовать шаг считывания, существенно меньший, чем требуется согласно (1.20), и выбирать значение  $\tau_p$  не чрезмерно большим. В этом случае напряжение  $u_c(t)$  имеет аналоговую форму.

Рассмотрим работу структурной схемы стробоскопического преобразователя с обратной связью [5] (рис. III.2). Пусть в начальный момент времени напря-

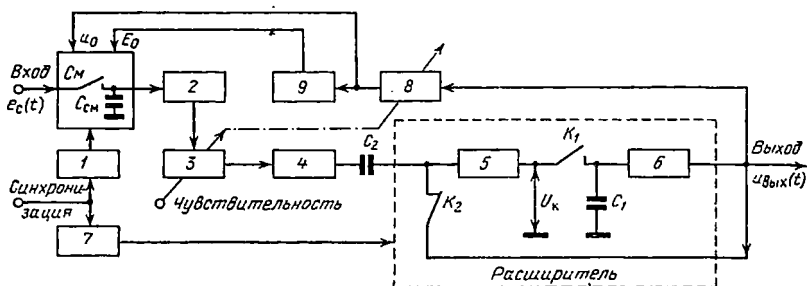


Рис. III.2. Структурная схема стробоскопического преобразователя с обратной связью:

$C_m$  — смеситель; 1 — генератор стробимпульсов; 2, 5 — катодные повторители; 3, 8 — аттенюаторы; 4 — усилитель импульсов рассогласования; 6 — усилитель постоянного тока; 7 — генератор управляющих импульсов; 9 — схема управления,  $u_0$  — выходное напряжение цепи обратной связи;  $E_0$  — напряжение смещения смесителя.

жение на емкости  $C_{см}$  смесителя равно нулю. На смеситель (как правило, симметричный) поступают стробимпульсы от генератора стробимпульсов 1, причем, как было описано в гл. II, их положение относительно сигнала меняется при каждом его повторении. За время действия стробимпульса (ключ смесителя  $C_m$  замкнут) емкость смесителя зарядится до напряжения, пропорционального мгновенному значению входного сигнала в момент стробирования  $e_c(t)$ , а по окончании стробимпульса (ключ  $C_m$  разомкнут) станет разряжаться через входное сопротивление катодного повторителя 2 и сопротивление разомкнутого ключа. Образующийся на емкости  $C_{см}$  импульс с крутым фронтом и экспоненциальным спадом пройдет через катодный повторитель 2 и входной аттенюатор 3, усилится усилителем импульсов рассогласования 4 и поступит на расширитель, состоящий из катодного повторителя 5, ключей  $K_1$  и  $K_2$ , накопи-

тельной емкости  $C_1$  расширителя и усилителя постоянного тока 6.

Расширитель работает следующим образом. В момент стробирования одновременно с ключом  $C_M$  замыкается ключ  $K_1$  и размыкается ключ  $K_2$ . В промежутке времени между стробимпульсами ключ  $K_1$  разомкнут, а ключ  $K_2$  замкнут. Ключи  $K_1$  и  $K_2$  управляются специальными управляющими импульсами генератора 7, синхронными со стробимпульсами и имеющими значительно большую длительность. Таким образом, усиленное приращение напряжения на  $C_{CM}$  зарядит накопительный конденсатор расширителя  $C_1$ , который сохраняет заряд в течение периода повторения стробимпульсов. В промежутке времени между соседними стробимпульсами по окончании управляющего импульса выходное напряжение преобразователя через образовавшуюся цепь местной обратной связи расширителя поступает на вход катодного повторителя 5, поддерживая на его выходе напряжение  $U_K$ . Так как общий коэффициент передачи усилителей 5 и 6 выбирается равным единице, то напряжение  $U_K$  равно напряжению на емкости  $C_1$ . Такой принцип действия расширителя позволяет накопительную емкость  $C_1$  либо дополнительно заряжать, если напряжение на выходе катодного повторителя 5 в момент следующего стробирования (ключ  $K_1$  замкнут, ключ  $K_2$  разомкнут) будет больше, чем  $U_K$ , либо частично разряжать ее, если это напряжение меньше  $U_K$  (напряжение на входе катодного повторителя 5 и, следовательно,  $U_K$  при размыкании ключа  $K_2$  не может мгновенно исчезнуть из-за действия разделительной емкости  $C_2$ ).

Выходное напряжение преобразователя по цепи внешней обратной связи через аттенюатор 8 поступает также на емкость  $C_{CM}$  смесителя. Так как коэффициент передачи участка схемы от входа смесителя до выхода аттенюатора 8 равен единице в любом положении аттенюаторов 3 и 8, что обеспечивается постоянством общего коэффициента передачи аттенюаторов при изменении чувствительности преобразователя, то напряжение на емкости смесителя к моменту следующего стробирования будет равно мгновенному значению входного сигнала в момент данного стробирования. Поэтому  $C_{CM}$  в зависимости от мгновенного значения сигнала при следующем стробировании будет либо дополнительно заряжаться, либо частично разряжаться через источник сиг-



нала. Таким образом, на входе катодного повторителя 2 действуют лишь импульсы рассогласования, равные разности мгновенных значений входного сигнала, отстоящих друг от друга на расстоянии шага считывания. Под влиянием усиленных импульсов рассогласования накопительный конденсатор  $C_1$  расширителя дополнительно заряжается или частично разряжается, т. е. в результате ряда повторений входного сигнала на выходе преобразователя возникает ступенчатообразное аналоговое напряжение, повторяющее форму входного сигнала. В некоторых преобразователях используется одноключевой расширитель — интегратор [5].

На рис. III.3 представлена эквивалентная схема стробоскопического преобразователя с обратной связью. Источник  $e_1(t)$  заряжает конденсатор  $C$  смесителя за промежуток времени между соседними стробимпульсами до мгновенного значения входного сигнала и имитирует дей-

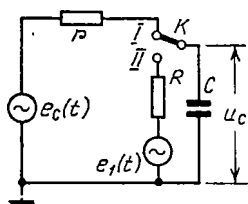


Рис. III.3. Эквивалентная схема стробоскопического преобразователя с обратной связью.

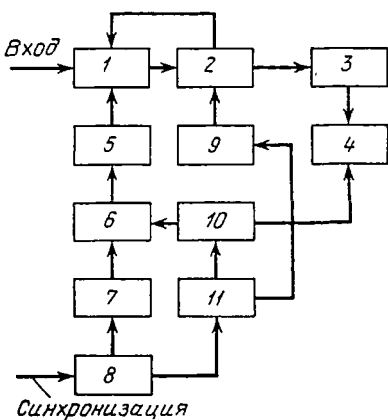


Рис. III.4. Структурная схема стробоскопического преобразователя с многократным стробированием.

ствие цепи обратной связи в реальном преобразователе. Остальные обозначения совпадают с принятыми в схеме рис. III.1.

В преобразователе с многократным стробированием в одной точке (рис. III.4 [10]) входной сигнал поступает на смеситель (обычно однодиодный) 1 и хронизатор 8. Хронизатор запускает генератор БПН 7 и через делитель частоты 11 — генератор МПН 10. Схема сравнения 6 в момент совпадения БПН и напряжения соответствующей ступеньки вырабатывает импульс запуска

генератора стробимпульсов 5. Так как переход с одной ступеньки на следующую происходит через  $k_1$  периодов БИИ (где  $k_1$  — коэффициент деления частоты делителя  $11$ ), то каждой выбранной точке сигнала соответствует  $k_1$  стробимпульсов, т. е. в течение  $k_1$  повторений входного сигнала стробимпульс попадает в ту же точку. При переходе на другую ступеньку изменяется уровень сравнения и момент появления стробимпульсов относительно начала сигнала, т. е. происходит многократное стробирование последующей точки. Каждый импульс на выходе смесителя 1 запускает спусковое устройство автокомпенсационной схемы 2, с помощью которого импульсом стандартной амплитуды и длительности через дозирующий конденсатор малой емкости заряжается накопительный конденсатор. Положительное напряжение с накопительного конденсатора схемы 2 подается на катод смесителя 1. Через  $k$  импульсов, где  $k \leq k_1$ , напряжение на катоде смесителя достигает такого уровня, при котором выходные импульсы смесителя не в состоянии запустить спусковое устройство. При этом напряжение накопительного конденсатора становится близким данному мгновенному значению входного сигнала, считывается при помощи схемы сброса 9 и через усилитель-расширитель 3 поступает на индикатор 4.

В обеих структурных схемах (рис. III.2 и III.4), как и в схеме преобразователя с пиковым детектором, используется принцип автоматического слежения выходного напряжения смесителя за изменением входного сигнала, улучшающий точность преобразования.

Схему на рис. III.3 можно считать эквивалентной схемой стробоскопического преобразователя с многократным стробированием в одной точке, если под  $e_1(t)$  подразумевать источник напряжения, заряжающий конденсатор  $C$  смесителя до мгновенного значения входного сигнала за  $k$  периодов стробимпульсов. Эта схема справедлива лишь для промежутка времени, в течение которого производится многократное стробирование данной точки сигнала. Однако, предполагая, что после  $k$  стробимпульсов конденсатор  $C$  разряжается и затем происходит аналогичный процесс многократного стробирования следующей точки сигнала, эквивалентная схема рис. III.3 может быть использована для анализа процессов в реальном преобразователе в любой момент времени.

Так как при  $e_1(t) = 0$  эквивалентные схемы рис. III.1 и рис. III.3 становятся тождественными, то при соответствующих условиях схему рис. III.3 можно использовать как обобщенную эквивалентную схему рассмотренных стробоскопических преобразователей. По существу она

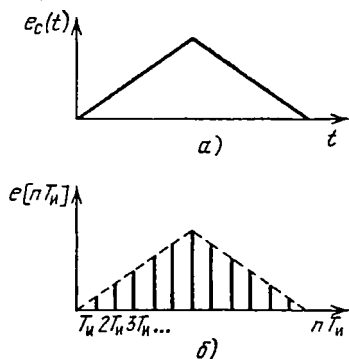


Рис. III.5. Решетчатая функция входного сигнала в обобщенной эквивалентной схеме стробоскопического преобразователя:

*a* — входной сигнал; *b* — решетчатая функция с учетом коэффициента трансформации.

представляет собой амплитудно-импульсную систему (АИС), для анализа которой имеется эффективный математический аппарат дискретного преобразования Лапласа [39]. Чтобы воспользоваться этим аппаратом, будем под  $e_c(t)$  в эквивалентной схеме вместо реального повторяющегося сигнала подразумевать решетчатую функцию входного сигнала в преобразованном масштабе времени. В этом случае период стробимпульсов тождествен шагу считывания этого расширенного сигнала (рис. III.5). Кусочно-линейная аппроксимация вольт-амперной характеристики смесителя и предположение о прямоугольности стробимпульсов облегчают математический анализ, но не влияют на общность рассмотрения.

Поведение схемы рис. III.3 можно описать следующими уравнениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_c}{dt} + \beta_3 u_c = \beta_3 e_c(\bar{t}); \quad n \leq \bar{t} \leq n + \gamma; \end{array} \right. \quad (III.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_c}{dt} + \beta_p u_c = \beta_p e_1(\bar{t}); \quad n + \gamma \leq \bar{t} \leq n + 1, \end{array} \right. \quad (III.2)$$

где  $\bar{t} = t/T_n$ ,  $\beta_3 = T_n/rC$ ,  $\beta_p = T_n/RC$ ,  $T_n$  — период повторения,  $n = 0, 1, 2, \dots$  — порядковый номер и  $\gamma = t_n/T_n$  — относительная длительность стробимпульсов ( $0 \leq \gamma < 1$ ).

Данную систему уравнений можно представить одним уравнением с переменными параметрами:

$$\left( \frac{d}{dt} + \beta \right) u_c = \beta e(\bar{t}); \quad n \leq \bar{t} \leq n + 1, \quad (III.3)$$

где

$$\beta = \begin{cases} \beta_3; & n \leq \bar{t} \leq n + \gamma; \\ \beta_p; & n + \gamma \leq \bar{t} \leq n + 1; \end{cases}$$

$$e(\bar{t}) = \begin{cases} e_c[n]; & n \leq \bar{t} \leq n + \gamma; \\ e_1[n]; & n + \gamma \leq \bar{t} \leq n + 1; \end{cases}$$

$e_c[n]$  — решетчатая функция, соответствующая расширенному входному сигналу;  $e_1[n]$  — решетчатая функция, соответствующая  $e_1(t)$ .

Решение уравнения (III.3) в промежутках времени  $(n; n + \gamma)$  и  $(n + \gamma; n + 1)$  при начальных условиях  $u_c[n]$  и  $u_c[n + \gamma]$  имеет вид

$$u_c(\bar{t}) = e_c[n] + (u_c[n] - e_c[n]) \exp[-\beta_3(\bar{t} - n)], \quad (III.4)$$

$$n \leq \bar{t} \leq n + \gamma;$$

$$u_c(\bar{t}) = e_1[n] + (u_c[n + \gamma] - e_1[n]) \exp[-\beta_p(\bar{t} - n - \gamma)],$$

$$n + \gamma \leq \bar{t} \leq n + 1. \quad (III.5)$$

При  $\bar{t} = n + \gamma$

$$u_c[n + \gamma] = e_c[n] + (u_c[n] - e_c[n]) e^{-\beta_3 \gamma}. \quad (III.6)$$

Подставим (III.6) в (III.5):

$$u_c(\bar{t}) = e_1[n] + [e_c[n] + (u_c[n] - e_c[n]) e^{-\beta_3 \gamma} - e_1[n]] \times$$

$$\times \exp[-\beta_p(\bar{t} - n - \gamma)], \quad (III.7)$$

$$n + \gamma \leq \bar{t} \leq n + 1.$$

Приравнивая в (III.7)  $\bar{t} = n + 1$ , получаем следующее разностное уравнение:

$$u_c[n + 1] - e^{-\beta_3} u_c[n] = A e_c[n] + B e_1[n], \quad (III.8)$$

где  $\beta_3 = \beta_3 \gamma + \beta_p(1 - \gamma)$ ;

$$A = e^{-\beta_p(1 - \gamma)}(1 - e^{-\beta_3 \gamma}); \quad B = 1 - e^{-\beta_p(1 - \gamma)}. \quad (III.9)$$

Если решить уравнение (III.8) относительно  $u_c[n]$  и это значение подставить в (III.4) и (III.7), то при  $\bar{t} = n + \varepsilon$ , где  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , можно найти закон изменения  $u_c(\bar{t})$  в интервалах времени  $0 \leq \varepsilon \leq \gamma$  и  $\gamma \leq \varepsilon \leq 1$  (т. е. для промежутка времени  $n \leq \bar{t} \leq n + 1$ ) при заданном входном напряжении  $e_c[n]$ . Для определения переходной ха-

характеристики  $h(t)$  необходимо положить  $e_c[n] = 1[n]$ , что соответствует заряду емкости смесителя немодулированной по амплитуде последовательностью стробимпульсов, и  $u_c[0] = 0$  (при этом надо иметь в виду, что в реальных условиях стробоскопические преобразователи работают лишь при повторяющихся сигналах). Из переходной характеристики преобразователя можно найти его время установления  $t_y$ , в течение которого переходная характеристика нарастает от 0,1 до 0,9 своего установившегося значения.

На основе полученного разностного уравнения обобщенной эквивалентной схемы можно производить анализ эквивалентных схем стробоскопических преобразователей.

## 2. Простой стробоскопический преобразователь

В частном случае простого преобразователя в выражении (III.8) положим  $e_1[n] = 0$ . Тогда разностное уравнение (III.8) приобретает вид

$$u_c[n+1] - e^{-\beta_3} u_c[n] = A e_c[n]. \quad (\text{III.10})$$

Определим переходную характеристику простого преобразователя, приняв в (III.10)  $e_c[n] = 1[n]$  и  $u_c[0] = 0$ . Тогда уравнение (III.10) в пространстве изображений дискретного преобразования Лапласа примет вид

$$e^q U_c^*(q) - e^{-\beta_3} U_c^*(q) = A e^q / (e^q - 1) \quad (\text{III.11})$$

или

$$U_c^*(q) = A e^q / (e^q - 1) (e^q - e^{-\beta_3}). \quad (\text{III.12})$$

Соответствующая переходная характеристика преобразователя описывается выражениями

$$\begin{aligned} u_c(n + \varepsilon) &= h[n, \varepsilon] = \\ &= 1 + \left( A \frac{1 - e^{-\beta_3 n}}{1 - e^{-\beta_3}} - 1 \right) e^{-\beta_3 \varepsilon}, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \gamma; \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

$$\begin{aligned} u_c(n + \varepsilon) &= h[n, \varepsilon] = \left[ 1 + \left( A \frac{1 - e^{-\beta_3 n}}{1 - e^{-\beta_3}} - 1 \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\beta_3 \gamma} \right] e^{-\beta_3 (\varepsilon - \gamma)}, \quad \gamma \leq \varepsilon \leq 1. \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Вид этой характеристики существенно зависит от постоянных времени цепей заряда и разряда конденсатора  $C$ . В простом стробоскопическом преобразователе конденсатор  $C$  успевает почти полностью разрядиться за промежуток времени между двумя соседними стробимпульсами. Из практических соображений примем для этого случая

$$\tau_p < 0,2T_{II}(1 - \gamma) \text{ и } \tau_3 \ll \tau_p.$$

При этом  $\beta_p > 5/(1 - \gamma)$ .

Изменение напряжения на конденсаторе в промежутке  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  для  $n = 0$  выражается уравнениями

$$u_C [0, \varepsilon] = h [0, \varepsilon] = 1 - e^{-\beta_3 \varepsilon}; \quad 0 \leq \varepsilon \leq \gamma; \quad (\text{III.15})$$

$$u_C [0, \varepsilon] = h [0, \varepsilon] = (1 - e^{-\beta_3 \gamma}) e^{-\beta_p(\varepsilon - \gamma)}; \quad \gamma \leq \varepsilon \leq 1. \quad (\text{III.16})$$

Как видно из рис. III.6, а, при  $\tau_3 > T_{II}\gamma/5$  время установления преобразователя  $t_y$  не изменяется при изменении  $\tau_3$  и определяется длительностью стробимпульса  $\gamma T_{II}$  (в относительном масштабе —  $\gamma$ ). Увеличение  $\tau_3$  приводит к уменьшению выходного напряжения, т. е. к уменьшению коэффициента передачи преобразователя. Случай  $\tau_3 < T_{II}\gamma/5$  практически нереален.

Реальные стробимпульсы в наносекундном диапазоне имеют форму, близкую к треугольной. В этом случае эффективная длительность стробимпульсов  $t_{\text{эф}} = \gamma_{\text{эф}} T_{II}$ , под которой подразумевается время пребывания ключа  $K$  в схеме рис. III.1 в замкнутом состоянии (т. е. смесительного диода в реальной схеме в проводящем состоянии), уменьшается по сравнению с прямоугольными стробимпульсами. Это приводит к уменьшению времени установления (рис. III.6, б).

С точки зрения влияния на параметры преобразователя уменьшение эффективной длительности треугольных стробимпульсов при кусочно-линейной аппроксимации вольт-амперной характеристики смесителя эквивалентно такому же уменьшению прямоугольных стробимпульсов (см. гл. II).

Время установления преобразователя  $t_y$  в предположении безынерционности смесительного диода равно

$$t_y \approx 0,8\gamma_{\text{эф}} T_{II} \quad (\text{III.17})$$

или, в соответствии с [41], полоса пропускания равна

$$F_{rp} \approx 0,35/t_y. \quad (\text{III.18})$$

Как нетрудно заметить, простому преобразователю свойственны нелинейные искажения, вызванные непостоянством эффективной длительности стробимпульсов, т. е. продолжительности заряда емкости при изменении

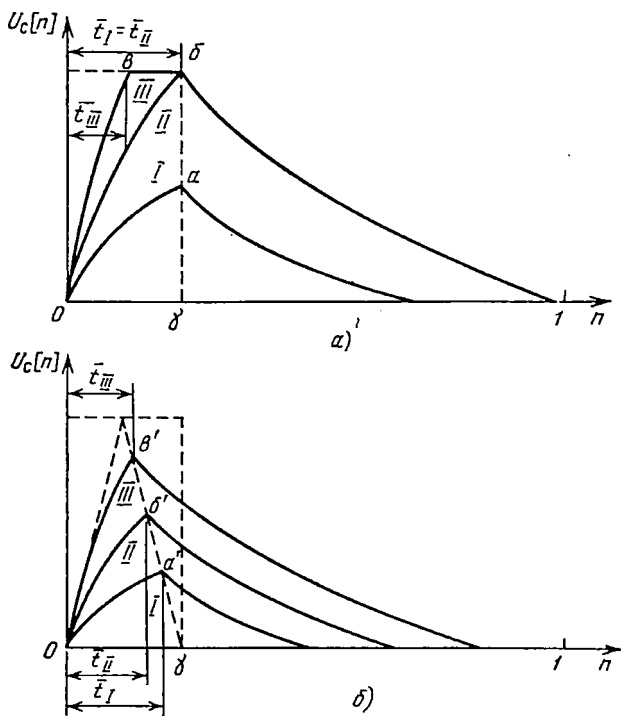


Рис. III.6. Переходные характеристики простого стробоскопического преобразователя при  $\beta_3 < 5/\gamma$  (I),  $\beta_3 = 5/\gamma$  (II) и  $\beta_3 > 5/\gamma$ ;  $t_{yI} = 0,8t_I$ ,  $t_{yII} = 0,8t_{II}$ :  
 а — для прямоугольных стробимпульсов;  
 б — для треугольных стробимпульсов.

входного сигнала. Эти искажения уменьшаются с уменьшением отношения амплитуд входного сигнала и стробимпульса. При величине этого отношения порядка 0,1 указанными нелинейными искажениями можно пренебречь. Поэтому сокращение эффективной длительности стробимпульсов (расширение полосы пропускания преобразователя) при помощи постоянного напряжения смещения, изменяющего момент отпираания смесителя,

приводит к сокращению динамического диапазона простого преобразователя, так как уменьшает амплитуду стробимпульсов.

### 3. Стробоскопический преобразователь с пиковым детектором

Предположим, что конденсатор смесителя рассматриваемого преобразователя не успевает разрядиться между двумя соседними стробимпульсами, т. е. значение  $\tau_p$

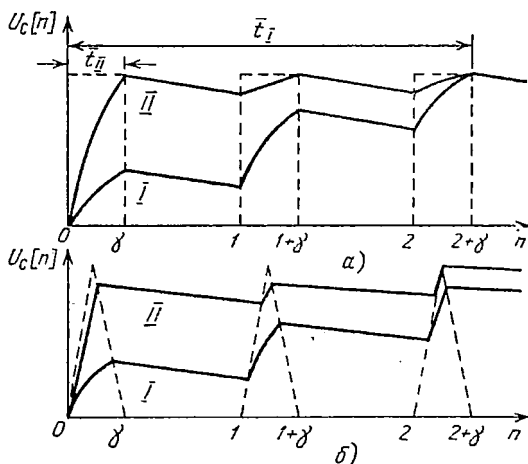


Рис. III.7. Переходные характеристики стробоскопического преобразователя с пиковым детектором при различных значениях  $\tau_3$  и  $\tau_p$ :

а — для прямоугольных стробимпульсов (для кривой I  $k_n = 2$ , для кривой II  $k_n = 0$ ); б — для треугольных стробимпульсов (для кривой I  $k_n = 3$ , для кривой II  $k_n = 2$ ).

выбрано достаточно большим. Это соответствует использованию пикового детектора в качестве стробоскопического преобразователя.

Как видно из рис. III.7, время установления  $t_y$ , в соответствии с определением, равно

$$t_y \approx 0,8 (k_n T_n / q_T + \gamma_{эф} T_n) \approx 0,8 (k_n \Delta t + \gamma_{эф} T_n), \quad (III.19)$$

где  $k_n$  — целое число, величина которого зависит от значений  $\tau_3$  и  $\tau_p$ ,  $\gamma_{эф} T_n = t_{нэф}$  — установившееся значение эффективной длительности стробимпульсов (для прямо-



угольных стробимпульсов  $\gamma_{эф} = \gamma^1$ ,  $\Delta t$  — шаг считывания. Значение  $k_{II}$ , как следует из этого же рисунка, уменьшается с уменьшением  $\tau_3$  и увеличением  $\tau_p$ . Таким образом, для уменьшения времени установления необходимо уменьшать  $\tau_3$ ,  $t_{IIэф}$ ,  $T_{II}$  (что косвенно влечет за собой увеличение частоты повторения входного сигнала, которая должна быть больше частоты повторения стробимпульсов) и увеличивать  $\tau_p$ . Уменьшение времени  $T_{II}$  при данном  $q_T$  эквивалентно уменьшению  $\Delta t$ . Следует отметить, что высокая частота повторения стробимпульсов является также необходимым практическим условием, обеспечивающим неполный разряд емкости смесителя за промежутки времени между двумя соседними стробимпульсами при реально выполнимых значениях  $\tau_p$ .

Изображение переходной характеристики на экране стробоскопического осциллографа, использующего данный преобразователь, будет иметь вид трапецеидального импульса, состоящего из ряда точек, с временем нарастания фронта, равным  $t_y q_T$ . Это объясняется тем, что, во-первых, луч системы развертки осциллографа в промежутках между стробимпульсами не виден на экране, во-вторых, в качестве испытательных импульсов для снятия переходной характеристики используются периодические прямоугольные импульсы с относительно большой длительностью и крутым фронтом.

Как видно из рис. III.7, б, эффективная длительность треугольных стробимпульсов  $\gamma_{эф} T_{II}$  по мере заряда конденсатора уменьшается (в идеальном случае стремится к нулю). В реальных условиях установившаяся эффективная длительность стробимпульсов имеет конечное значение, что объясняется отклонением их формы от идеально треугольной и наличием шумов, соизмеримых, при определенном значении  $\gamma_{эф}$ , с приращением напряжения на емкости смесителя.

Таким образом, минимальное значение  $t_y$  при достаточно малых  $\Delta t$  и  $k_{II}$  ограничивается минимально возможной эффективной длительностью стробимпульсов  $\gamma_{эф} T_{II}$  в установившемся режиме.

Так как в преобразователе с пиковым детектором эффективная длительность стробимпульсов может быть значительно меньшей величины, чем в простом преобразователе, то при достаточно малых практически достижимых значениях шага считывания  $\Delta t$  время установления преобразователя с пиковым детектором составляет

значительно меньшую величину, чем в простом преобразователе. Это можно физически объяснить тем, что в течение нескольких периодов повторения импульсов накапливается информация практически об одной и той же узкой окрестности данной точки сигнала. Чем уже эта окрестность, тем меньше время установления. Принципиально здесь можно осуществить режим многократного стробирования, если шаг считывания в течение ряда периодов делать равным нулю, а затем, для стробирования новой точки сигнала, скачком его изменять.

В преобразователе с пиковым детектором по сравнению с простым преобразователем возрастают динамический диапазон или полоса пропускания при заданном динамическом диапазоне (из-за наличия глубокой отрицательной обратной связи), коэффициент передачи смесителя (из-за эффекта накопления информации), входное сопротивление (из-за незначительной мощности, потребляемой от источника сигнала для изменения заряда емкости смесителя), а также точность преобразования, которая определяется перечисленными факторами. Все это, в свою очередь, является следствием принципа автоматического слежения выходного напряжения смесителя за входным.

Существенный практический интерес представляет зависимость  $\gamma_{эф}$  от  $k_n$ . Как показано в [40], после действия  $k_n$ -го треугольного стробимпульса его эффективная длительность при  $\beta_p = 0$  равна

$$t_{nk} \approx \tau_3 \ln \frac{(k_n + 1)x - (k_n - 1)}{(k_n - 1)x - (k_n - 3)}, \quad (III.20)$$

где  $x = 2e^{t_{н0}/2\tau_3} - 1$ ,  $\tau_3 = rC$ ,  $t_{н0}$  — длительность стробимпульса у его основания. При этом напряжение на емкости смесителя равно

$$U_{Ck} \approx \frac{2E_n}{t_{н0}} \left[ \frac{t_{н0}}{2} - \tau_3 \ln \frac{(k_n + 1)x - (k_n - 1)}{k_n x - (k_n - 2)} \right], \quad (III.21)$$

где  $E_n$  — амплитуда стробимпульса.

Так, например, при  $\tau_3 = 10^{-9}$  с,  $t_{н0} = 4 \cdot 10^{-10}$  с,  $E_n = 2$  В,  $k_n = 10$ , получим  $t_{nk} \approx 0,18$  нс,  $U_{Ck} \approx 1,1$  В. Время установления преобразователя при этих данных и  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-12}$  с равно  $t_y \approx 0,2$  нс.

Определим условия отсутствия искажений формы преобразованного сигнала, вызванных инерционностью  $RC$  цепи стробоскопического преобразователя с пиковым детектором. Для простоты примем, что иссле-

дуемый сигнал имеет синусоидальную форму, а стробимпульсы — прямоугольные. Тогда на детектор будут поступать прямоугольные импульсы, амплитуда которых изменяется по закону

$$U_m(t) = U_{0m} (1 + M \cos \omega_{\text{пр}} t), \quad (\text{III.22})$$

где  $M$  — коэффициент модуляции,  $\omega_{\text{пр}}$  — частота повторения преобразованного сигнала.

Во избежание искажений напряжение  $u_c(t)$  должно следовать за изменением  $U_m(t)$  практически безынерционно. При этом условии отсутствия искажений имеет вид

$$\omega_{\text{пр}} \tau_p \leq \sqrt{1 - M^2} / M. \quad (\text{III.23})$$

В случае сложного модулирующего сигнала это условие должно соблюдаться для верхней частоты  $\omega_m$  его спектра. Если  $\omega_m = 2\pi / T_m$ , то условие (III.23) можно привести к виду

$$\tau_p / T_m \leq \sqrt{1 - M_m^2} / 2\pi M_m, \quad (\text{III.24})$$

где  $M_m$  — коэффициент модуляции для частоты  $\omega_m$ .

Выбирая  $\tau_p = 10 T_{\text{н}}$  (при этом конденсатор смесителя успевает разрядиться всего до 0,904 от своего максимального значения) и  $M_m = 0,7$ , найдем допустимую величину периода повторения стробимпульсов

$$T_{\text{н}} \leq T_m / 60, \quad (\text{III.25})$$

что значительно меньше требуемого по теореме Котельникова.

Несмотря на свои достоинства, преобразователь с пиковым детектором нашел весьма ограниченное применение [13]. В основном это объясняется двумя причинами: во-первых, его наилучшие параметры обеспечиваются лишь при относительно высоких частотах повторения входного сигнала; во-вторых, простота схемы преобразователя сохраняется лишь при фиксированных частотах повторения входного сигнала и стробимпульсов.

#### 4. Стробоскопический преобразователь с обратной связью

Как было показано, пиковый детектор может эффективно использоваться лишь при относительно высоких частотах повторения стробимпульсов. Дополнительный

источник  $e_1(t)$ , введенный в эквивалентную схему рис. III.3, предотвращает разряд конденсатора смесителя и при низких частотах повторения стробимпульсов. Разностное уравнение (III.8) непосредственно относится к этой схеме.

Так как конденсатор  $C$  за время действия стробимпульса не может зарядиться до соответствующего мгновенного значения сигнала, то необходимо выбрать  $e_1[n]$  из условия дополнительного заряда конденсатора до этого мгновенного значения за промежуток времени между двумя соседними стробимпульсами, т. е. из условия  $u_c[n+1] = e_c[n]$ . Тогда из уравнения (III.8) имеем

$$e_1[n] = \frac{1-A}{B} e_c[n] - \frac{e^{-\beta_2}}{B} u_c[n]. \quad (\text{III.26})$$

Выполнение (III.26) обеспечивает заряд конденсатора смесителя до мгновенного значения сигнала, соответствующего предыдущему стробимпульсу, т. е. при этом имеет место слежение за уровнем входного сигнала с запаздыванием на шаг считывания. Практически конденсатор смесителя во время действия достаточно короткого стробимпульса успевает зарядиться до 10—15% входного напряжения; если постоянная времени  $RC$  выбрана так, что при отсутствии  $e_1[n]$  конденсатор полностью разряжается за промежуток времени между стробимпульсами (что соответствует  $A \approx 0$ ,  $B \approx 1$ ,  $e^{-\beta_2} \approx 0$ ), то

$$e_1[n] \approx e_c[n] = u_c[n+1]. \quad (\text{III.27})$$

Таким образом, в качестве дополнительного необходимо использовать источник, э. д. с. которого в промежутке времени  $n+\gamma \leq \bar{t} \leq n+1$  равна  $e_c[n]$ . Это равенство в реальных схемах может быть обеспечено цепью обратной связи, выходное напряжение  $e_1[n]$  которой формируется из напряжения  $u_c$  на конденсаторе. Так как  $e_1[n]$  в промежутках времени между соседними стробимпульсами не должно изменяться, то в цепи формирования этого напряжения необходимо использовать расширитель; кроме того, ввиду малого значения коэффициента передачи смесителя здесь необходим также усилитель.

На практике в качестве расширителей используются инерционные схемы и, следовательно, для формирования

напряжения  $e_1[n]$  потребуется определенное время  $\gamma_1 T_n$ , где  $\gamma < \gamma_1 < 1$ , т. е. возможно обеспечить лишь условие

$$e_1[n + \gamma_1] = e_c[n] = u_c[n + 1]. \quad (\text{III.28})$$

Напряжение  $e_1[n + \gamma_1]$  можно определить следующим образом:

$$e_1[n + \gamma_1] = u_c[n] + K \{u_c[n + \gamma] - u_c[n]\} = u_c[n + 1], \quad (\text{III.29})$$

где  $K$  — коэффициент передачи цепи обратной связи, подключенной к выходу смесителя (см. рис. III.2); величина в фигурных скобках — приращение напряжения на конденсаторе смесителя за время действия стробимпульса.

Найдем переходную характеристику системы рис. III.3 с учетом (III.29):

$$h[n, \varepsilon] = 1[n] + \left[ a \frac{1 - b^n}{1 - b} - 1[n] \right] e^{-\beta_3 \varepsilon}, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \gamma; \quad (\text{III.30})$$

$$h[n, \varepsilon] = \{e^{-\beta_3 \tau - \beta_p(\varepsilon - \tau)} + [1 - e^{-\beta_p(\varepsilon - \tau)}] [1 - K(1 - e^{-\beta_3 \tau})]\} \frac{a(1 - b^n)}{1 - b} + \{(1 - e^{-\beta_3 \tau}) [e^{-\beta_p(\varepsilon - \tau)} + K(1 - e^{-\beta_p(\varepsilon - \tau)})]\} 1[n], \quad \gamma \leq \varepsilon \leq 1, \quad (\text{III.31})$$

где

$$a = (1 - e^{-\beta_3 \tau}) \{e^{-\beta_p(1 - \tau)} + K[1 - e^{-\beta_p(1 - \tau)}]\}, \quad (\text{III.32})$$

$$b = \{e^{-\beta_3 \tau} + [1 - e^{-\beta_p(1 - \tau)}] [1 - K(1 - e^{-\beta_3 \tau})]\}. \quad (\text{III.33})$$

Как видно из (III.30) и (III.31), форма переходной характеристики зависит от значения  $K$ . Наименьшее время установления соответствует такому оптимальному значению  $K = K_{\text{опт}}$ , при котором напряжение на конденсаторе смесителя достигает значения 1 к моменту прихода второго стробимпульса ( $n=0, \varepsilon=1$ ). Из (III.31) при

$$n = 0; \varepsilon = 1; h[0, 1] = 1 \quad (\text{III.34})$$

находим

$$K_{\text{опт}} = \frac{e^{-\beta_3 \tau}}{[1 - e^{-\beta_p(1 - \tau)}] (1 - e^{-\beta_3 \tau})} + \frac{1}{1 + e^{-\beta_3 \tau}}. \quad (\text{III.35})$$

Очевидно, что приращение постоянного напряжения на выходе петли обратной связи в этом случае должно быть равным приращению входного сигнала за один шаг считывания, т. е. коэффициент передачи петли со входа преобразователя, с учетом коэффициента передачи смесителя  $L_{см}$ , должен быть равным единице ( $K_{опт}L_{см}=1$ ).

Из-за наличия обратной связи необходимо проверить условия устойчивости схемы. Как известно, замкнутая система будет устойчива, если вещественные части полюсов ее передаточной функции будут иметь отрицательные значения [39].

Анализ показывает, что критический коэффициент усиления цепи обратной связи равен

$$K_{кр} = \frac{1}{1 - e^{-\beta_3 T}} + \frac{e^{-\beta_3} + 1}{(1 - e^{-\beta_3 T}) [1 - e^{-\beta_p(1-T)}]}. \quad (III.36)$$

Из сравнения (III.35) и (III.36) видно, что  $K_{опт}$  соответствует устойчивому режиму работы преобразователя ( $K_{опт} < K_{кр}$ , рис. III.8).

В случае треугольных стробимпульсов их эффективная длительность меняется в зависимости от уровня рабочей точки (смещения). Поэтому каждому значению относительной длительности стробимпульса  $\gamma_{эф}$  будут соответствовать определенные значения  $K_{опт}$  и  $K_{кр}$  и, наоборот, заданным значениям  $K$  соответствует определенное значение  $\gamma_{эф\ опт}$ , удовлетворяющее (III.31), при условии (III.34). Из выражения для передаточной функции при определенном значении  $K$  можно найти критическое значение  $\gamma_{эф\ кр}$ , при котором система будет неустойчива.

Время установления преобразователя с оптимальной переходной характеристикой ( $K=K_{опт}$ ) определяется выражением, аналогичным (III.19) при  $k_{н}=1$ :

$$t_{у\ опт} = 0,8 (T_{н}/q_T + \gamma_{эф} T_{н}) = 0,8 (\Delta t + \gamma_{эф} T_{н}). \quad (III.37)$$

Отсюда видно, что минимальное значение  $t_{у}$  ограничивается минимальным значением эффективной длительности стробимпульса  $\gamma_{эф}$ .

Изображение оптимальной переходной характеристики на экране стробоскопического осциллографа с данным преобразователем, по аналогии со сказанным относительно преобразователя с пиковым детектором, будет иметь вид трапецеидального импульса, состоящего из точек, с временем нарастания фронта, равным  $t_{у\ опт} q_T$ . При неоптимальной переходной характеристике

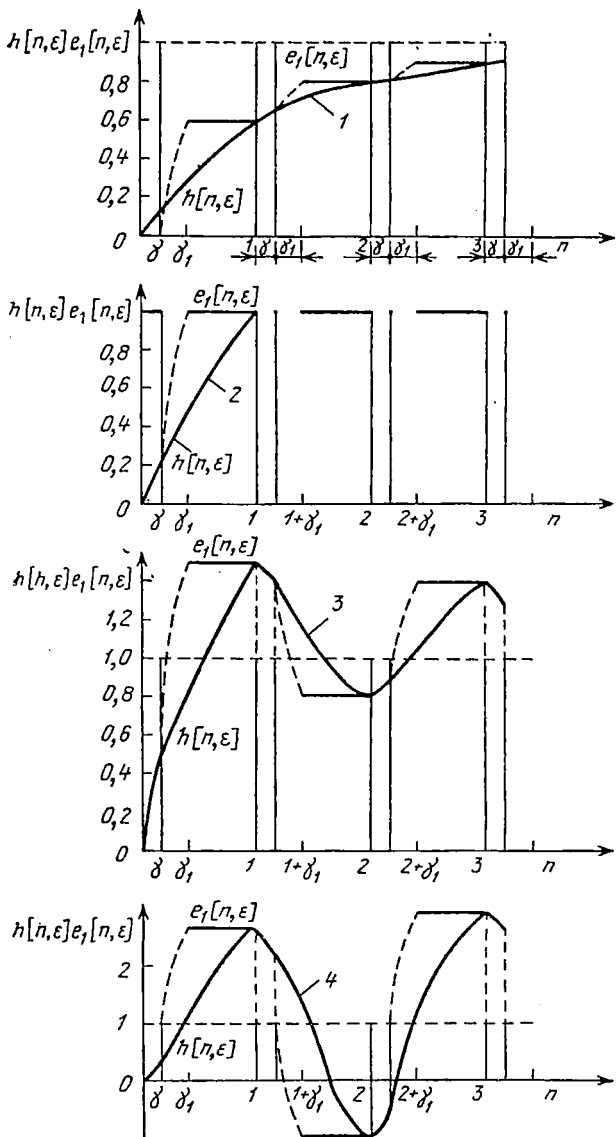


Рис. III.8. Переходные характеристики стробоскопического преобразователя с обратной связью при  $\beta_3\gamma = 0,16$ ,  $\beta_p(1-\gamma) = 5$ ,  $K_{кр} = 14$  и  $K_{опт} = 6,66$  для различных значений коэффициента обратной связи:

- 1)  $K = 4 < K_{опт}$  ( $t_y$  увеличивается); 2)  $K = K_{опт} = 6,66$  (устойчивый режим);  
 3)  $K_{опт} < K = 10 < K_{кр}$  (процесс установления имеет колебательный характер);  
 4)  $K = 16 > K_{кр}$  (система возбуждается).

в зависимости от величины  $K$  точки изображения будут располагаться относительно установившегося уровня аналогично тому, как расположены отрезки кривых в пределах длительностей стробимпульсов на рис. III.8.

Режим неоптимальной настройки преобразователя ( $K < K_{\text{опт}}$ ) можно использовать для улучшения отношения сигнал/шум на выходе преобразователя. Действительно, при уменьшении  $K$  и соответствующем одновременном уменьшении шага считывания уровень шумов на выходе преобразователя уменьшится, а время установления преобразователя, амплитуда и форма преобразованного сигнала сохранятся прежними. Шаг считывания в этом режиме накопления должен быть существенно меньше требуемого по теореме Котельникова. Отношение величин  $\Delta t$  при  $K = K_{\text{опт}}$  и при данном  $K < K_{\text{опт}}$  должно быть примерно равно количеству дискретных отсчетов на фронте переходной характеристики при данном  $K$ .

В структурной схеме рис. III.2 под величиной  $K$  подразумевается произведение коэффициентов передачи всех узлов в цепи внешней обратной связи (начиная со входа катодного повторителя 2); под  $\gamma_1 T_{\text{н}}$  — длительность импульсов, управляющих ключами  $K_1$  и  $K_2$ ; под  $e_1$  — напряжение обратной связи на входе катодного повторителя 2. Выбором постоянного смещения симметричного смесителя, обычно применяемого в преобразователе с обратной связью, можно добиться минимально возможной эффективной длительности стробимпульсов, ограниченной из-за неидеальности формы треугольного стробимпульса и внутренних шумов смесителя (в отличие от преобразователя с пиковым детектором величина  $\gamma_{\text{эф}}$  не зависит от напряжения на емкости смесителя)\*.

Так как конденсатор смесителя в промежутках между стробимпульсами не разряжается, то в смесителе имеется глубокая отрицательная обратная связь по отношению ко входу преобразователя. Обратная связь, осуществляющая дополнительный заряд конденсатора смесителя, является положительной по отношению к выходу смесителя, на основании чего некоторые авторы назы-

---

\* Принципиально можно создать преобразователь с обратной связью на основе однодiodного смесителя; тогда эффективная длительность стробимпульса будет зависеть от напряжения на конденсаторе смесителя, уменьшаясь по мере накопления информации [40].



вают устройство, схема которого изображена на рис. III.2, преобразователем с положительной обратной связью.

Данный преобразователь, по сравнению с простым, обеспечивает бóльший динамический диапазон без ущерба для полосы пропускания или позволяет расширить полосу пропускания (уменьшая  $\gamma_{эф}$ ) без ущерба для динамического диапазона, имеет бóльшее входное сопротивление и более высокую точность преобразования. Эти достоинства рассматриваемого устройства объясняются в основном теми же факторами, что и в преобразователе с пиковым детектором.

Стробоскопические преобразователи с обратной связью нашли широкое применение. Именно в таком преобразователе достигнута максимальная в настоящее время полоса пропускания — 18 ГГц [12] \*.

### 5. Стробоскопический преобразователь с многократным стробированием в одной точке

Для эквивалентной схемы рис. III.3 входной сигнал при многократном стробировании можно представить в виде решетчатой функции (рис. III.9). Все стробим-

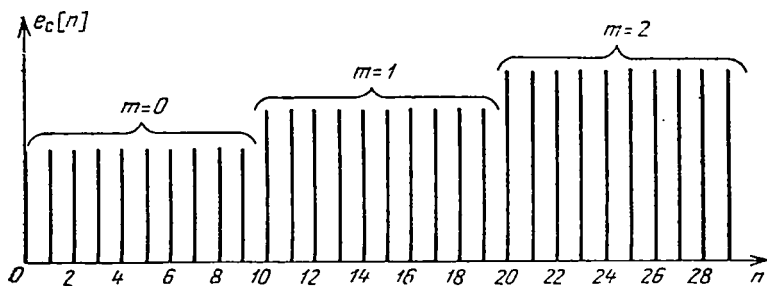


Рис. III.9. Решетчатая функция входного сигнала в эквивалентной схеме стробоскопического преобразователя с многократным стробированием.

пульсы с одинаковым  $m$  соответствуют одному и тому же мгновенному значению сигнала,  $n$  — номер стробимпульса. Временное расстояние между считываемыми

\* Интересно отметить, что в стробоскопическом осциллографе [12], в отличие от известных широкополосных преобразователей с обратной связью, применен однодиодный смеситель.

мгновенными значениями (шаг считывания  $\Delta t$ ) должно удовлетворять условиям теоремы Котельникова.

Найдем переходную характеристику схемы III.3, учитывая

$$e_1[n] = e_0(n+1), \quad (\text{III.38})$$

где  $e_0$  — напряжение заряда конденсатора источником  $e_1[n]$  за промежуток времени, равный периоду повторения стробимпульсов.

Переходная характеристика определяется выражениями

$$h[n, \varepsilon] = 1[n] + \left[ A \frac{1 - e^{-\beta_3 n}}{1 - e^{-\beta_3}} + e_0 B \times \right. \\ \left. \times \frac{(n+1)(1 - e^{-\beta_3}) - (1 - e^{-\beta_3(n+1)})}{(1 - e^{-\beta_3})^2} - 1[n] \right] e^{-\beta_3 \varepsilon}, \\ 0 \leq \varepsilon \leq \gamma; \quad (\text{III.39})$$

$$h[n, \varepsilon] = e_0(n+1)[1 - e^{-\beta_p(\varepsilon - \gamma)}] + 1[n](1 - e^{-\beta_3 \gamma}) \times \\ \times e^{-\beta_p(\varepsilon - \gamma)} + \left\{ A \frac{1 - e^{-\beta_3 n}}{1 - e^{-\beta_3}} + e_0 B \times \right. \\ \left. \times \frac{(n+1)(1 - e^{-\beta_3}) - (1 - e^{-\beta_3(n+1)})}{(1 - e^{-\beta_3})^2} \right\} e^{-\beta_3 \gamma} e^{-\beta_p(\varepsilon - \gamma)}, \\ \gamma \leq \varepsilon \leq 1. \quad (\text{III.40})$$

Если  $\beta_3 \gamma = 0,2$ ;  $\beta_p(1 - \gamma) = 5$ , что практически осуществимо, то  $A \approx 0$ ;  $B \approx 1$ ;  $u_c[n] \approx e_0[n]$ . Тогда

$$h[n, \varepsilon] = 1[n](1 - e^{-\beta_3 \varepsilon}) + e_0 n e^{-\beta_3 \varepsilon}, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \gamma; \quad (\text{III.41})$$

$$h[n, \varepsilon] = e_0(n+1); \quad \varepsilon \approx 1. \quad (\text{III.42})$$

Выражения (III.41), (III.42) справедливы для любого значения  $m$ , так как переходной процесс повторяется при переходе от одного значения  $n$  к другому. В реальной схеме напряжение на конденсаторе смесителя сравнивается с данным мгновенным значением сигнала (рис. III.10). Для формирования  $e_1[n]$  необходимо, чтобы разность напряжений  $e_c[n+1] - u_c[n]$  была не меньше величины порога чувствительности  $p_\Phi$  формирующего

устройства 2 на рис. III.4. Эта разность из (III.41) при  $\varepsilon=0$  и  $\varepsilon=\gamma$  равна

$$(1[n] - e_0 n)(1 - e^{-\beta_3 T}). \quad (\text{III.43})$$

Очевидно, случай  $e_0=1$  является оптимальным, так как  $h[0; 1]$  достигает значения 1 за время, равное одному периоду повторения стробимпульсов. При втором стробимпульсе схема формирования  $e_1[n]$  (как правило, это мультивибратор) не будет запускаться и заряд конденсатора смесителя вспомогательным напряжением прекращается. При  $e_0 > 1$  возникают искажения выходного

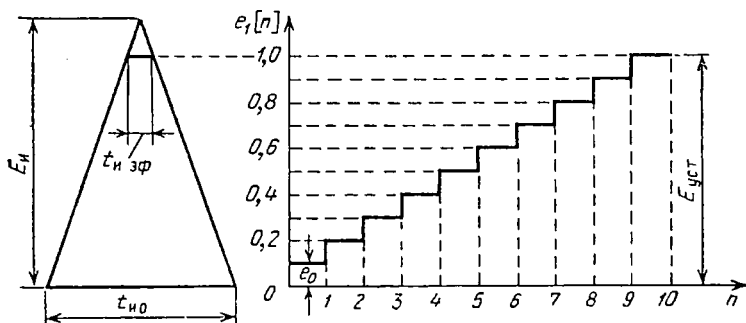


Рис. III.10. Зависимость напряжения на емкости смесителя от количества стробимпульсов при многократном стробировании.

сигнала, так как напряжение на конденсаторе смесителя будет превышать соответствующее мгновенное значение входного сигнала; запуск схемы формирования  $e_1[n]$  не будет осуществляться. При  $e_0 < 1$  сравнение входного сигнала и ступенчатого напряжения  $e_1[n]$  будет тем точнее, чем меньше величина ступенек, т. е. чем меньше  $e_0$ . Так как считываемое значение входного сигнала заранее не известно, то во избежание искажений необходимо выбирать величину  $e_0$  как можно меньше. При этом увеличивается количество стробимпульсов, необходимое для считывания данной точки сигнала.

В случае треугольных стробимпульсов за счет накопления информации уменьшается их эффективная длительность. Установившийся уровень отсечки стробимпульсов, а значит и их эффективная длительность зависят от порога чувствительности  $p_{\phi}$  схемы формирования вспомогательного напряжения. При определенном установив-

шемся уровне  $e_1 = E_{уст}$  (рис. III.10) заряжающий стробимпульс с исходной длительностью у основания  $t_{н0}$  и амплитудой  $E_{н}$  будет иметь определенные параметры: длительность  $t_{нэф}$  (в относительном масштабе —  $\gamma_{эф}$ ) и амплитуду  $E_{нуст}$ , а добавочное напряжение на конденсаторе от этого стробимпульса равно  $u_{суст}$ .

Уравнения

$$\frac{t_{н0}}{2E_{н}} u_{суст} = t_{нэф} - \tau_3 \ln (2e^{t_{нэф}/2\tau_3} - 1), \quad (III.44)$$

$$E_{уст} = E_{н} - E_{н} \frac{t_{нэф}}{t_{н0}} \quad (III.45)$$

дают возможность определить установившийся уровень  $e_1 [u] = E_{уст}$  при заданном значении  $u_{суст} = p_{ф}$ .

Пусть, например,  $p_{ф} = 0,008$  В;  $t_{н0} = 1$  нс;  $E_{н} = 1$  В;  $\tau_3 = 5$  нс. Тогда  $(t_{н0}/2E_{н})p_{ф} = 0,004$  В. Из выражения (III.44), приравненного величине 0,004, методом приближений находим  $t_{нэф} = 0,3$  нс;  $E_{уст} = 0,7$  В. Таким образом, при выбранных в примере параметрах эффективная длительность стробимпульса в 3,3 раза меньше его длительности у основания, а установившийся уровень равен 0,7 от максимального.

Время установления преобразователя равно

$$t_y = 0,8\gamma_{эф}T_{н}. \quad (III.46)$$

Действительно, при считывании значений преобразованного сигнала временная развертка имеет место лишь в моменты перехода от одного значения  $m$  к другому (рис. III.11). В пределах

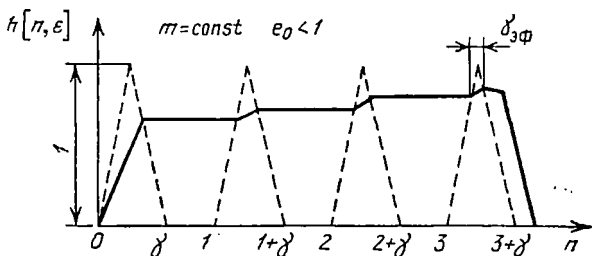


Рис. III.11. Переходная характеристика преобразователя с многократным стробированием.

одного и того же  $m$  временная развертка отсутствует, что воспринимается как считывание участка сигнала в пределах эффективной длительности стробимпульса.

Минимально возможная эффективная длительность стробимпульсов ограничена, как и в других рассмотренных преобразователях,

из-за отклонения формы стробимпульса от идеально треугольной и внутренних шумов смесителя.

Стробоскопический преобразователь с многократным стробированием по сравнению с простым преобразователем обладает большими значениями динамического диапазона, входного сопротивления, а также обеспечивает более высокую точность преобразования.

Преобразователь с многократным стробированием в одной точке, как и преобразователь с обратной связью, пригоден для работы на высоких и низких частотах повторения входного сигнала. Однако время, необходимое для преобразования временного масштаба сигнала, при многократном стробировании значительно больше. Действительно, для считывания каждого значения входного сигнала с низкой частотой повторения необходимо время, равное нескольким секундам. Это соответствует времени преобразования всего сигнала, равному нескольким минутам. Очевидно, что помимо неудобств, связанных с потерей времени, при этом возникают трудности регистрации преобразованного сигнала. В качестве индикаторов могут быть использованы запоминающие электроннолучевые трубки или самописцы.

Стробоскопические преобразователи с многократным стробированием пока применения не нашли.

## 6. Сравнение стробоскопических способов

Выясним потенциальные возможности рассмотренных преобразователей с точки зрения их полосы пропускания. Предельная полоса пропускания преобразователя в предположении безынерционности смесительного диода зависит от минимально возможных значений эффективной длительности стробимпульсов. Ввиду этого определим минимально возможную длительность прямоугольных стробимпульсов  $t_{\text{п мин}}$  в различных схемах стробоскопических преобразователей\*, учитывая наличие шумов и необходимость выполнения условия

$$\Delta u_c / u_{\text{ш}} = k_{\text{ш}}, \quad (\text{III. 47})$$

где  $\Delta u_c$  — минимальное приращение напряжения сигнала на выходе смесителя, равное  $\Delta A L_{\text{см}}$ ;  $\Delta A$  — приращение мгновенного значения входного сигнала за время  $\Delta t$ ;  $L_{\text{см}}$  — коэффициент передачи собственно смесителя с RC-нагрузкой,  $u_{\text{ш}}$  — напряжение шума на выходе смесителя;  $k_{\text{ш}}$  — коэффициент, превышающий единицу в заданное количество раз.

Коэффициент передачи собственно смесителя в простом преобразователе, в преобразователях с обратной связью и многократным стробированием определяется напряжением на конденсаторе смесителя в момент времени  $t = t_{\text{п}}$  и равен

$$L_{\text{см}} = 1 - e^{-\beta_3 t} \approx t_{\text{п}} / rC.$$

Коэффициент передачи пикового детектора

$$L_{\text{см}} \approx 1 / (1 + \beta_p / \beta_3 \gamma).$$

\* Имеется в виду длительность стробимпульса, дальнейшее уменьшение которой не приводит к уменьшению времени установления. При этом от трудностей уменьшения длительности импульсов мы абстрагируемся.

Анализ показывает, что минимально возможные значения эффективной длительности стробимпульсов равны: для простого преобразователя и преобразователя с обратной связью

$$t_{н\ мин} = \tau_3 \ln \Delta A / (\Delta A - k_{ш} u_{ш}), \quad (III.48)$$

для преобразователя с пиковым детектором

$$t_{н\ мин} = \tau_3 (T_n / \tau_p) k_{ш} u_{ш} / (\Delta A - k_{ш} u_{ш}), \quad (III.49)$$

для преобразователя с многократным стробированием

$$t_{н\ мин} = \tau_3 \ln [(e_0 n - 1) / (k_{ш} u_{ш} + e_0 n - 1)]. \quad (III.50)$$

Ввиду того, что в преобразователе с обратной связью входной сигнал может иметь динамический диапазон на порядок выше, чем в простом преобразователе (около 2 В), то и  $\Delta u_c$  в нем будет значительно больше, что позволяет получить меньшие значения  $t_{н\ мин}$  при тех же значениях  $k_{ш} u_{ш}$ .

В преобразователе с пиковым детектором уменьшение отношения  $\tau_3 / \tau_p$ , как было показано, является условием эффективного накопления информации  $n$ , как следует из (III.49), приводит к уменьшению эффективной длительности стробимпульсов.

В преобразователе с многократным стробированием, задаваясь уровнем установившегося напряжения  $E_{уст} = e_0 n$ , можно определить установившееся значение  $t_{н\ мин}$  при стробировании данной точки сигнала. Преобразователи с накоплением информации (преобразователь с пиковым детектором при малом шаге считывания, преобразователь с многократным стробированием) позволяют получить меньшие значения  $t_{н\ мин}$ , чем остальные. Однако при практически осуществимых параметрах схем преобразователя с обратной связью, с пиковым детектором, с многократным стробированием обеспечивают примерно одинаковую предельную полосу пропускания. Максимально допустимая амплитуда входного сигнала, определяющая верхний предел динамического диапазона этих преобразователей, примерно равна амплитуде стробимпульса, т. е. при чувствительности около 3 мВ (см. гл. II) динамический диапазон равен  $50 \div 60$  дБ. Кроме того, стробоскопические преобразователи с накоплением информации дают значительно больший выигрыш в отношении сигнал/шум по сравнению с простым преобразователем, без ущерба для полосы пропускания. Это объясняется тем, что уменьшение энергии выборки при укорочении стробимпульса компенсируется многократным ее накоплением. Так, например, выигрыш в отношении сигнал/шум в идеальном пиковом детекторе при белом шуме на входе равен  $0,82\sqrt{k_n}$ , где  $k_n$  — количество стробимпульсов, необходимых для установления процесса (считывания данного дискретного значения сигнала) [39].

При анализе предельной полосы пропускания преобразователей смесительный диод считался безынерционным, что не соответствует действительности. Однако надо иметь в виду, что при уменьшении эффективной длительности стробимпульса уменьшается также время восстановления обратного сопротивления полупроводникового диода  $n$ , следовательно, его инерционность. В современных стробоскопических преобразователях применяют быстродействующие импульсные диоды с временем восстановления обратного сопротивления менее 0,1 нс.

## 7. Стробоскопический преобразователь с несинхронными (случайными) стробимпульсами

Как сказано в гл. II, в тракте входного сигнала стробоскопического преобразователя обычно используется линия задержки, предназначенная для компенсации запаздывания в цепях формирования стробимпульсов. Задержка этой линии равна примерно  $30 \div 150$  нс. Изготовление такой линии с достаточно широкой полосой пропускания (порядка нескольких гигагерц) представляет большие практические трудности, использование же линии задержки с недостаточно широкой полосой пропускания приводит к сужению полосы пропускания всего преобразователя. К такому же результату приводит наличие в цепях формирования стробимпульсов временных нестабильностей, примерно равных  $3 \cdot 10^{-11}$  с [4].

Стробоскопический преобразователь, использующий несинхронные с входным сигналом стробимпульсы, принципиально не требует линии задержки входного сигнала, так как момент появления стробимпульсов относительно сигнала может быть произвольным; по этой же причине в нем легче решается задача стабилизации шага считывания. Такие преобразователи по способу дискретизации входного сигнала можно разбить на две группы: с хаотическим и с упорядоченным считыванием.

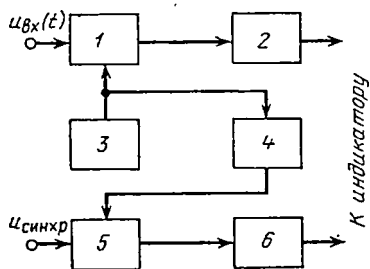


Рис. III.12. Структурная схема стробоскопического осциллографа с хаотическим считыванием.

В первом случае (рис. III.12) считываются все дискретные значения сигнала, совпадающие со стробимпульсами. При этом для неискаженного воспроизведения формы преобразованного сигнала требуется устройство, располагающее дискретные выборки в необходимом порядке на оси времени.

Устройство работает следующим образом [29]. На вход смесителя 1 в момент времени  $t_1$  поступает исследуемый сигнал. Одновременно синхронный с ним сигнал в момент времени  $t_2$  запускает генератор развертки 5. Из-за запаздывания в цепях запуска  $t_2 > t_1$ . В момент времени  $t_3$  случайный стробимпульс генератора 3 совпа-

дает в смесителе 1 с какой-нибудь точкой исследуемого сигнала. Суммарный импульс после расширения и усиления попадает в схему запоминания 2. Стробимпульс в момент  $t_3$  проходит через линию задержки 4 и затормаживает генератор развертки 5. Амплитуда напряжения развертки запоминается в блоке 6 и затем подается на электроннолучевую трубку (ЭЛТ). В это же время на ЭЛТ поступает импульс подсвета. Таким образом, на экране появляется светящаяся точка, положение которой во времени и отклонение по вертикали соответствует той точке исследуемого сигнала, с которой произошло совпадение стробимпульса в момент  $t_3$ . Причем за каждый период сигнала регистрируется не более одного совпадения.

Линия 4 со временем задержки  $t \geq t_2 - t_1$  необходима для компенсации задержки запуска развертки в горизонтальном канале. Полоса пропускания этой линии может быть сравнительно узкой, так как она предназначена лишь для задержки вспомогательного импульса и к ней не предъявляется требование сохранения его формы. После ряда совпадений стробимпульсов с исследуемым сигналом на экране будет получено его изображение в виде совокупности точек.

Как показано в [49], максимальное время, необходимое для стробирования периодическими стробимпульсами со случайной начальной фазой периода входного сигнала в заданных точках (включая паузу между входными импульсами), равно

$$t_{\max} \approx NT_{\text{н}}, \quad (III.51)$$

где  $N$  — количество считываемых дискретных значений, приходящихся на период входного сигнала,  $T_{\text{н}}$  — период повторения стробимпульсов.

Реально необходимое время для преобразования сигнала меньше  $t_{\max}$  и зависит от периодов повторения входного сигнала и стробимпульсов, их соотношения, фазового сдвига между сигналом и стробимпульсом в момент  $t=0$ , длительности входного сигнала и ширины его спектра. Для того чтобы сигнал стробировался во всех заданных точках, периоды сигнала и стробимпульсов должны выражаться рациональными числами и иметь наибольший общий множитель, равный 1. Если период повторения сигнала или стробимпульсов выражается иррациональным числом, то совпадение со стробимпуль-



сами в точно заданных точках сигнала невозможно. В этом случае следует говорить лишь о совпадении в окрестности данной точки. В зависимости от ширины заданной окрестности находится необходимое время преобразования.

В преобразователях второй группы (рис. III.13) считаются лишь дискретные значения входного сигнала,

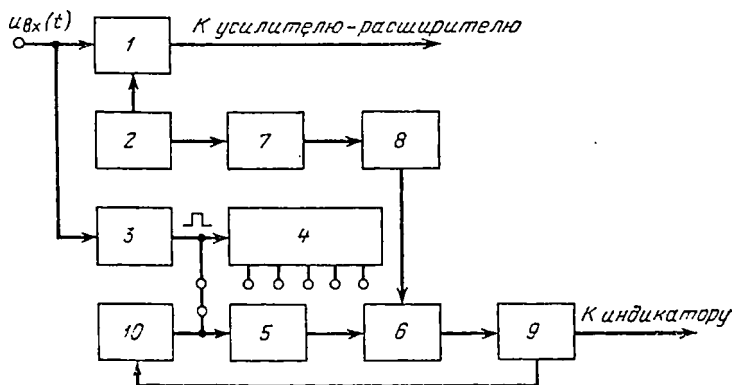


Рис. III.13. Структурная схема стробоскопического преобразователя с упорядоченным считыванием.

отстоящие друг от друга на временном расстоянии, равном шагу считывания, т. е. соответствующие лишь определенным совпадениям входного сигнала со стробимпульсами. Устройство работает следующим образом [50].

Исследуемый сигнал поступает на смеситель 1. На него же поступает стробимпульс от генератора 2. Для определения момента совпадения исследуемый сигнал передним фронтом запускает схему формирования калибрационного импульса 3, который через линию задержки 4 с относительно узкой полосой и формирующую цепь 5 поступает на схему совпадений 6. На эту же схему совпадений через линию задержки 7 и формирующую цепь 8 подается стробимпульс от генератора 2. В момент совпадения этих импульсов исполнительный орган 9 подключает постоянное напряжение к горизонтальным пластинам ЭЛТ или к органам управления оси времени иного индикатора. Одновременно коммутатор 10 подключает следующий отвод линии задержки. Таким образом, на индикаторе будет зарегистрирована информация

о той точке сигнала, которая по времени соответствует выбранному отводу линии 4. Линия задержки 7 компенсирует запаздывание в формирователе калибрационного импульса. После поочередного переключения всех отводов линии задержки 4 на экране ЭЛТ будет изображена форма исследуемого сигнала. Максимальная длительность входного сигнала определяется временем задержки линии 4. Время задержки между отводами этой линии определяет шаг считывания. Если необходим малый шаг считывания, можно использовать плавно регулируемую линию.

Максимальное время, необходимое для стробирования периодического сигнала в заданной последовательности периодическими стробимпульсами со случайной начальной фазой, равно

$$t_{\text{макс}} \approx NT_{\text{и}}N_{\text{с}}, \quad (\text{III.52})$$

где  $N_{\text{с}}$  — количество дискретных отсчетов входного импульса.

Все соображения, высказанные ранее об иррациональности периодов сигнала и стробимпульсов, остаются в силе и для данной структурной схемы.

Несмотря на большее время преобразования (тем более, что при высоких частотах повторения входного сигнала этот недостаток практически не ощущается), преобразователь с упорядоченным считыванием имеет ряд преимуществ перед преобразователем с хаотическим считыванием: в нем легче применить обратную связь или накопление информации; преобразованный сигнал может обрабатываться и регистрироваться любыми устройствами, т. е. преобразователь может использоваться не только в стробоскопических осциллографах; в этом преобразователе отпадает необходимость в быстром пилотобразном напряжении развертки с высокой линейностью.

## 8. О смесителях с избирательной нагрузкой

В гл. I была показана возможность использования полосовых фильтров при стробоскопическом и радиоимпульсном преобразовании видео- и радиоимпульсов.

Смесители с избирательной нагрузкой имеют существенные преимущества перед широко используемыми в настоящее время смесителями с  $RC$  нагрузкой, так как позволяют уменьшить влияние низкочастотных шумов при усилении и обработке преобразованного сигнала [70].

Очевидно, избирательный фильтр, например параллельный контур, необходимо настроить в резонанс на частоту повторения стробимпульсов или какой-либо ее гармоники. Полоса пропускания этого фильтра должна быть равна удвоенной ширине спектра преобразованного сигнала. При этом на выходе смесителя образуется радиоимпульсное колебание, огибающая которого повторяет форму входного сигнала в преобразованном масштабе времени. Это колебание подвергается усилению и детектированию. В случае использования вспомогательного генератора гармонических колебаний, частота и начальная фаза которых равны собственной частоте и начальной фазе колебаний в контуре, можно применить синхронное детектирование.

В заключение следует отметить, что принятая в данной главе кусочно-линейная аппроксимация вольт-амперной характеристики диода смесителя, упрощающая анализ, справедлива лишь при достаточно большой амплитуде стробимпульса. При недостаточно больших амплитудах стробимпульса следует пользоваться экспоненциальной или квадратичной аппроксимацией.

Сравним параметры стробоскопических преобразователей с кусочно-линейной и экспоненциальной аппроксимациями вольт-амперной характеристики при треугольных стробимпульсах с длительностью у основания  $t_{но}$  и амплитудой  $E_{II}$ .

Как показывает анализ, время установления простого преобразователя  $t_y$  с экспоненциальной аппроксимацией  $i = D(e^{au} - 1)$ , где  $D$  и  $a$  — константы, равно

$$t_y \approx 1,6t_{но}/aE_{II} \text{ при } t_{но}aD/2C \ll 1, \quad (\text{III.53})$$

т. е. меньше, чем при кусочно-линейной аппроксимации ( $C$  — емкость накопительного конденсатора смесителя).

Однако при многократном стробировании данной точки сигнала количество стробимпульсов  $k_{II}$ , необходимое для достижения  $0,9u_{C \text{ уст}}$  ( $u_{C \text{ уст}}$  — установившееся напряжение на конденсаторе смесителя), при экспоненциальной аппроксимации значительно больше. Физически это объясняется изменением динамического сопротивления диода по мере увеличения  $k_{II}$ . В этом случае величина  $t_y$  определяется аналогично (III.19) или (III.46) в зависимости от того, перемещается или нет горизонтальная развертка в процессе стробирования

данной точки сигнала, причем множитель 0,8 в этих формулах исключается, а  $\gamma_{\text{эф}}$  может быть найдена по формуле (III.53), где  $t_{\text{но}}$  — установившаяся длительность стробимпульсов у основания.

## Глава IV

### ЛИНЕЙНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО МАСШТАБА ОДНОКРАТНЫХ НАНОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ. АНАЛОГОВЫЙ И ДИСКРЕТНЫЙ МЕТОДЫ

#### 1. Аналоговое преобразование в линии задержки с последовательным управлением

Телеграфные уравнения идеальной длиной линии с переменными во времени параметрами имеют вид

$$\begin{cases} -\frac{\partial i}{\partial x} = C(t) \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial C(t)}{\partial t}, \\ -\frac{\partial u}{\partial x} = L(t) \frac{\partial i}{\partial t} + i \frac{\partial L(t)}{\partial t}, \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

где  $L(t)$  и  $C(t)$  — погонные значения индуктивности и емкости линии соответственно.

Закон изменения во времени параметров  $L(t)$  и  $C(t)$  определяет закон изменения скорости распространения сигнала и способ управления этими параметрами. В соответствии с (I.72)

$$v = v_0 \frac{1 + bx/v_0}{1 + bt} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \frac{1 + bx/v_0}{1 + bt} = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

где  $L_0, C_0$  — начальные погонные индуктивность и емкость линии,

$$\begin{aligned} L &= L_0(1 + bt)/(1 + \sqrt{L_0 C_0} bx), \quad C = \\ &= C_0(1 + bt)/(1 + \sqrt{L_0 C_0} bx); \quad t \geq x/v_0. \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

Как показано в гл. I, при таком законе изменения скорости данное значение сигнала поступает на вход линии ( $x=0$ ) в момент  $t_0$  и распространяется в ней с постоянной скоростью  $v = v_0/(1 + bt_0)$ .

Скорость распространения мгновенных значений при положительном  $b$  уменьшается линейно с увеличением

их временного расстояния от начала сигнала, что приводит к линейному временному расширению сигнала на выходе линии (при отрицательном  $b$  имеет место временное сжатие).

Принятый закон изменения скорости распространения достигается последовательным изменением параметров линии как вдоль ее длины, так и во времени в соответствии с (IV.2). Поэтому такой способ управления параметрами линии назовем последовательным.

После подстановки (IV.2) в (IV.1), дифференцирования первого уравнения по  $t$ , второго — по  $x$  и исключения смешанной производной получим

$$(v_0 + bx)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(v_0 + bx) \frac{\partial u}{\partial x} - (1 + bt)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 3b(1 + bt) \frac{\partial u}{\partial t} - b^2 u = 0. \quad (\text{IV.3})$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u(x, t) = \frac{1}{1 + bt} \left\{ \psi_1 \left( \frac{1 + bt}{v_0 + bx} \right) + \psi_2 [(1 + bt)(v_0 + bx)] \right\}. \quad (\text{IV.4})$$

Функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  описывают две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Как видно из (I.76), множитель  $(v_0 + bx)$  пропорционален коэффициенту трансформации временного масштаба. Таким образом, одна волна по мере удаления от начала линии, т. е. с ростом  $x$ , подвергается временному расширению, другая — временному сжатию, что возможно лишь при их распространении в разных направлениях.

Для линии, согласованной с нагрузкой,  $\psi_2 = 0$ . Тогда

$$u(x, t) = \frac{1}{1 + bt} \psi_1 \left( \frac{1 + bt}{v_0 + bx} \right). \quad (\text{IV.5})$$

С учетом начальных и граничных условий

$$u(x, 0) = 0 \quad \text{при } t = 0; \quad u(0, t) = f(t) \quad \text{при } t > 0 \quad (\text{IV.6})$$

выражение (IV.5) приобретает вид

$$u(x, t) = \frac{1}{1 + bx/v_0} f \left[ \frac{1}{1 + bx/v_0} \left( t - \frac{x}{v_0} \right) \right] \quad (\text{IV.7})$$

и описывает падающую волну, распространяющуюся вдоль линии с переменными параметрами при последовательном способе управления. Из формулы (IV.7) вид-

но, что входной  $f(t)$  и выходной сигналы линии длиной  $x$  отличаются амплитудой, временным масштабом и временным сдвигом, причем формы этих сигналов полностью идентичны.

Коэффициент трансформации равен

$$q_{\tau} = 1 + bx/v_0, \quad (IV.8)$$

что совпадает с (I.76). Если  $f(t) = A \sin \omega t$ , то

$$u(t) = \frac{A}{1 + bx/v_0} \sin \left[ \frac{\omega}{1 + bx/v_0} \left( t - \frac{x}{v_0} \right) \right]. \quad (IV.9)$$

Полученное выражение подтверждает, что сложные сигналы произвольной формы (периодические, однократные, модулированные и др.) будут подвергаться трансформации спектра с сохранением их формы, так как частота и амплитуда всех синусоидальных составляющих разложения Фурье изменяется в одинаковое количество раз, а их временное запаздывание одинаково.

В качестве длинной линии с переменными параметрами может быть использована искусственная линия задержки, элементы  $L$  и  $C$  которой изменяются во времени, а граничная частота существенно превышает верхнюю частоту в спектре входного сигнала. Для линейного преобразования временного масштаба достаточно изменять по соответствующему закону параметры либо индуктивности, либо емкости. В этом случае необходимо принимать меры для согласования линии.

Электрически регулируемую индуктивность можно создать на ферритовом сердечнике с подмагничиванием. Однако для управления индуктивностью требуются большие токи, а пределы изменения ее величины незначительны (около 3 раз). Лучшие результаты дает использование регулируемых емкостей, в качестве которых применяются сегнето-электрические конденсаторы и  $p$ - $n$  переходы полупроводниковых диодов, имеющие большие пределы изменения емкости (у некоторых более 10 раз) и упрощающие конструкцию линии.

Телеграфные уравнения для идеальной длинной линии с переменными во времени емкостями имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial i}{\partial x} + C(t) \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial C(t)}{\partial t} = 0. \end{cases} \quad (IV.10)$$

Для выполнения условия (1.72) и, следовательно, (1.4) необходимо, чтобы индуктивность и емкость линии были равны

$$L = L_0 \text{ и } C(t) = C_0 \frac{(1 + bt)^2}{(1 + bx/v_0)^2}; t \geq \frac{x}{v_0}. \quad (\text{IV.11})$$

Система уравнений (IV.10) с учетом (IV.11) может быть сведена к одному уравнению:

$$(v_0 + bx)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1 + bt)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 4b(1 + bt) \frac{\partial u}{\partial t} - 2b^2 u = 0, \quad (\text{IV.12})$$

решение которого имеет вид

$$u(x, t) = \frac{1}{[(1 + bt)/(v_0 + bx)] \sqrt{(1 + bt)(v_0 + bx)}} \times \\ \times \left\{ \psi_1 \left( \frac{1 + bt}{v_0 + bx} \right) + \psi_2 [(1 + bt)(v_0 + bx)] \right\}. \quad (\text{IV.13})$$

Выражение в фигурных скобках аналогично (IV.4) характеризует две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. При согласованной нагрузке  $\psi_2 = 0$  и

$$u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{(1 + bt)^2/(v_0 + bx)}} \psi_1 \left( \frac{1 + bt}{v_0 + bx} \right). \quad (\text{IV.14})$$

С учетом начальных и граничных условий (IV.6) выражение (IV.14) принимает вид

$$u(x, t) = \frac{1}{(1 + bx/v_0)^{3/2}} f \left[ \frac{1}{1 + bx/v_0} \left( t - \frac{x}{v_0} \right) \right], \quad (\text{IV.15})$$

т. е. при изменении емкости по закону (IV.11) можно получить линейное преобразование временного масштаба сигнала.

Очевидно, все выводы, сделанные из (IV.7), за исключением закона изменения амплитуды преобразованного сигнала, справедливы и для данного случая. Изменение емкостей осуществляется вспомогательным управляющим напряжением  $E(t)$ , форма которого должна обеспечить необходимый закон изменения емкости как во времени, так и по длине линии. Она может быть найдена графическим способом по известной экспериментальной кривой  $C(E)$  и заданной зависимости  $C(t)$ , как показано на рис. IV.1.

Для полупроводниковых диодов зависимость емкости  $p$ - $n$  перехода от управляющего напряжения  $E$  известна:

$$C(E) = k_1 S / \sqrt{E + U_k},$$

где  $k_1$  — коэффициент пропорциональности,  $S$  — площадь  $p$ - $n$  перехода,  $U_k$  — высота потенциального барьера, рав-

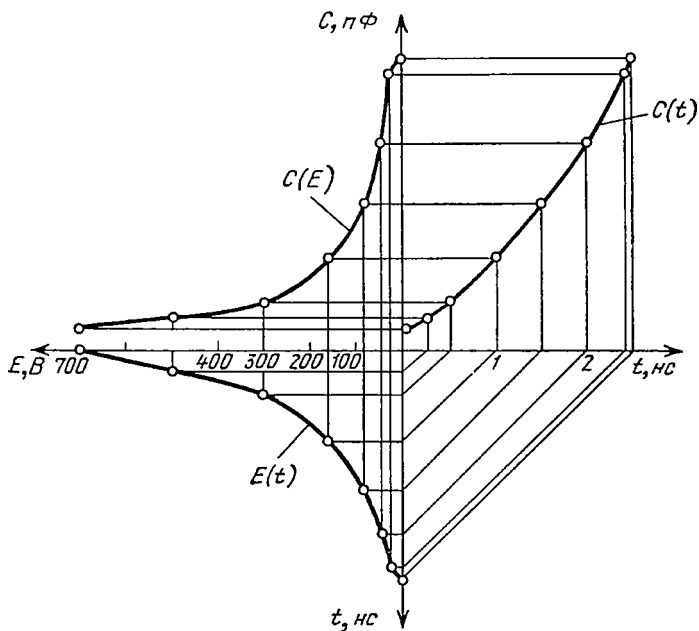


Рис. IV.1. Зависимость изменения емкости длинной линии от управляющего напряжения во времени.

ная 0,3—0,5 В для германиевых диодов и 0,5—0,7 В для кремниевых диодов.

Отсюда

$$C(t)/C_{\text{макс}} = \sqrt{U_k} / \sqrt{E(t) + U_k}, \quad (\text{IV.16})$$

где  $C_{\text{макс}}$  — максимальное значение емкости.

Из формул (IV.16) и (IV.11) можно определить аналитическое выражение управляющего напряжения  $E(t)$



на входе линии, т. е. при  $x=0$ . Для полупроводниковых диодов в случае временного расширения сигнала

$$E(t) = \frac{U_k [n^2 - (1 + bt)^4]}{(1 + bt)^4} = \left[ \frac{n^2}{(1 + bt)^4} - 1 \right] U_k, \quad (IV.17)$$

где  $n = C_{\text{макс}}/C_{\text{мин}}$ .

Коэффициент  $b$ , косвенно определяющий крутизну управляющего напряжения, при  $t=\tau_{\text{вх}}$  должен обеспечить  $E(t)=0$ , т. е. управляющее напряжение, приложенное ко входу линии, должно изменяться во всем диапазоне своих значений за время, равное длительности входного сигнала. Величина  $b$  зависит от коэффициента перекрытия емкости  $n$  и длительности входного сигнала  $\tau_{\text{вх}}$ . После некоторых преобразований из (IV.11) получим

$$b = (\sqrt{n} - 1)/\tau_{\text{вх}}. \quad (IV.18)$$

Отсюда видно, что в рассматриваемом случае управляющее напряжение должно иметь спадающий характер. Аналогичным образом можно определить требуемую форму управляющего напряжения при использовании сегнетоэлектрических конденсаторов.

Чтобы обеспечить необходимый закон изменения емкости вдоль линии, управляющее напряжение должно распространяться в виде бегущей волны одновременно и синхронно с входным сигналом. При этом каждому мгновенному значению сигнала будет соответствовать определенное мгновенное значение управляющего напряжения, т. е. каждое мгновенное значение сигнала будет распространяться с постоянной скоростью. Так как различным мгновенным значениям сигнала соответствуют иные значения управляющего напряжения, то скорости распространения мгновенных значений сигнала будут различны.

Очевидно, что при постоянной индуктивности и переменной во времени емкости будет изменяться волновое сопротивление линии. Нарушение согласования линии с нагрузкой приведет к появлению отраженных волн и искажениям преобразованного сигнала. Согласование линии в процессе преобразования можно обеспечить, применяя в качестве нагрузки четырехполюсник, входное сопротивление которого автоматически изменяется таким образом, чтобы в любой момент времени оно было равно волновому сопротивлению линии. Роль такого четырехполюсника может выполнять вспомогательная автоматически регулируемая линия с переменными емкостями, волновое сопротивление звеньев которой при удалении от начала постепенно уменьшается, что дает возможность замкнуть ее на конце без опасности появления отраженных волн.

Структурная схема аналогового преобразователя с последовательным управлением показана на рис. IV.2, где 1 — линия с переменными параметрами, 2 — линия задержки, предназначенная для синхронизации управляющего напряжения с входным сигналом,

3 — плавная линия задержки, предназначенная для этой же цели, 4 — генератор управляющего напряжения или тока, 5 — устройство выделения преобразованного сигнала относительно малой амплитуды из управляющего напряжения значительно большей амплитуды. Для этого предлагается генерировать парафазное управляющее напряжение, которое самокомпенсируется в сумматоре или дифференциальном усилителе, либо использовать балансную схему из двух идентичных линий [20]. Очевидно, что осуществление этих предложений в наносекундном диапазоне встречает существенные практические трудности.

В некоторых случаях наличие на выходе преобразователя управляющего напряжения известной формы, на которое наложен преобразованный сигнал, вполне допустимо, что значительно упрощает практическую реализацию преобразователя.

Рассмотрим основные показатели аналогового преобразователя с последовательным управлением. Полоса пропускания этого устройства, как непосредственно следует из выражения (1.2), равна

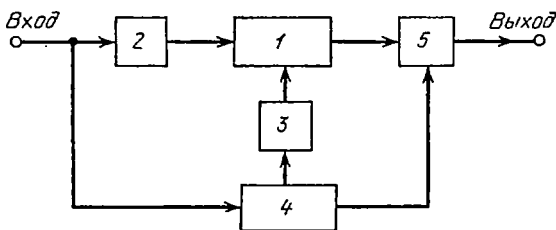


Рис. IV.2. Структурная схема аналогового преобразователя с последовательным управлением.

полосе пропускания линии задержки. Погрешность преобразования определяется в основном граничной частотой полосы пропускания и неидеальностью амплитудно- и фазочастотных характеристик линии задержки в полосе пропускания. Отдельные составляющие этой погрешности могут быть найдены по формулам, приведенным в гл. V. Кроме указанных принципиальных факторов, на погрешность преобразования влияют специфические искажения, присущие аналоговому преобразователю с последовательным управлением. Так, в случае запаздывания управляющего напряжения относительно входного сигнала преобразованию будет подвергаться лишь часть входного сигнала, что приведет к искажениям преобразованного сигнала. К таким же искажениям приводит недостаточная длительность управляющего импульса (меньше длительности входного сигнала). Источниками погрешности преобразования могут быть также отражения в линии из-за нарушения согласования ее звеньев (в случае использования искусственной линии задержки) или линии с нагрузкой; отклонение формы управляющего напряжения от заданной; искажения преобразованного сигнала, связанные с подавлением управляющего напряжения на выходе линии задержки. Источником внутренних шумов аналогового преобразователя, влияющим на его чувствительность, являются флуктуации управляющего напряжения.

Максимально допустимая амплитуда входного сигнала зависит от характера нелинейных емкостей, использованных в параметриче-

ской линии, и колеблется в значительных пределах (от долей вольта для емкостей  $p$ - $n$  переходов полупроводниковых диодов до десятков вольт для сегнетоэлектрических конденсаторов). Она должна быть значительно меньше амплитуды управляющего напряжения.

Как следует из (IV.8), коэффициент трансформации аналогового преобразователя с последовательным управлением при временном расширении сигнала можно увеличивать за счет замедления сигнала, а при прочих равных параметрах за счет удлинения линии задержки. При этом в практических условиях надо учитывать влияние длины линии на ее полосу пропускания. Недостаточная крутизна или амплитуда управляющего напряжения, а также инерционность используемых в линии нелинейных элементов приводят к уменьшению коэффициента трансформации. К такому же эффекту приводит запаздывание входного сигнала относительно управляющего напряжения при отсутствии в последнем запаса по амплитуде.

Как показывает анализ, в искусственной линии, состоящей из 20 звеньев с постоянной индуктивностью  $L = 0,05$  мкГн и переменной емкостью 2—20 пФ, можно получить коэффициент трансформации около 15 при полосе пропускания около 400 МГц и динамическом диапазоне более 50 дБ (амплитуда управляющего напряжения для сегнетоэлектрических конденсаторов около 500 В, максимальная амплитуда входного сигнала около 40 В).

## 2. Аналоговое преобразование в линии задержки с одновременным (параллельным) управлением

При одновременном изменении параметров линии вдоль ее длины скорость распространения всех мгновенных значений сигнала в данный момент одинакова, но изменяется во времени. В соответствии с (I.79) для линейного преобразования временного масштаба сигнала при одновременном управлении скорость распространения его вдоль линии должна изменяться по закону

$$v = \frac{v_0}{1 + bt} = \frac{1}{\gamma L_0 C_0} \frac{1}{1 + bt} = \frac{1}{\gamma LC},$$

где

$$L = L_0(1 + bt), \quad t \geq 0, \quad C = C_0(1 + bt), \quad t \geq 0. \quad (\text{IV.19})$$

Мгновенные значения сигнала на входе линии ( $x = 0$ ) имеют начальную скорость распространения  $v = v_0/(1 + bt_0)$ , где  $t_0$  — момент поступления данного мгновенного значения в линию.

Временное преобразование сигнала осуществляется за счет различных скоростей распространения мгновенных значений сигнала в данной точке  $x$ . Подставляя зна-

чения  $L$  и  $C$  из (IV.19) в уравнения (IV.1), после некоторых преобразований получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{(1+bt)^2}{v_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 3b \frac{1+bt}{v_0^2} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{b^2}{v_0^2} u = 0. \quad (\text{IV.20})$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u(x, t) = \frac{1}{1+bt} \left\{ \psi_1 \left[ \frac{v_0}{b} \ln(1+bt) - x \right] + \psi_2 \left[ \frac{v_0}{b} \ln(1+bt) + x \right] \right\}. \quad (\text{IV.21})$$

Для линии, согласованной с нагрузкой,

$$u(x, t) = \frac{1}{1+bt} \psi_1 \left[ \frac{v_0}{b} \ln(1+bt) - x \right]. \quad (\text{IV.22})$$

С учетом начальных и граничных условий (IV.6) выражение (IV.22) принимает вид

$$u(x, t) = e^{-bx/v_0} f \left[ te^{-bx/v_0} + \frac{1}{b} (e^{-bx/v_0} - 1) \right]. \quad (\text{IV.23})$$

Таким образом, выходной сигнал  $u(x, t)$  отличается от входного  $u_{\text{вх}}(t) = f(t)$  временным масштабом, временным сдвигом и амплитудой, причем формы этих сигналов полностью идентичны. Коэффициент трансформации равен

$$q_T = 1/e^{-bx/v_0} = e^{bx/v_0}. \quad (\text{IV.24})$$

Как и ранее, при положительном  $b$  имеет место временное расширение сигнала, при отрицательном  $b$  — его временное сжатие. Амплитуды входного и выходного сигналов отличаются в  $e^{-bx/v_0}$  раз, т. е., как и при последовательном управлении, временное расширение сигнала сопровождается уменьшением его амплитуды, а временное сжатие — увеличением амплитуды.

Легко убедиться, что при  $L=L_0$  и  $C(t) = C_0(1+bt)^2$  выходное напряжение линии задержки не представляет собой линейно преобразованный во времени входной сигнал, как это могло бы показаться на первый взгляд на основании (I.72). В связи с этим уместно обратить внимание на существенное различие физической сущности преобразования при  $L=L_0$  и  $C=C(t)$  в случаях последовательного и одновременного (параллельного) управлений.

При последовательном управлении, несмотря на изменение скорости распространения и волнового сопротивления линии во времени, каждое мгновенное значение сигнала, сопровождаемое определенным мгновенным значением управляющего напряжения, распространяется как бы вдоль линии с постоянными параметрами. При одновременном же управлении волновое сопротивление линии для данного мгновенного значения сигнала непостоянно.

Сравнение (IV.2) и (IV.19) показывает, что закон изменения управляющего сигнала во времени при последовательном и одновременном управлениях должен быть одинаков. Однако в последнем случае этот сигнал не зависит от  $x$  и должен прикладываться одновременно ко всем элементам искусственной линии задержки. Как и при последовательном управлении, он должен быть синхронизирован со входным сигналом. Продолжительность действия управляющего сигнала должна быть равной полному времени пребывания входного сигнала в линии.

Максимально достижимый коэффициент трансформации при одновременном управлении меньше, чем при последовательном, так как значение  $b$  в (IV.24) меньше, чем в (IV.8). Действительно, время, в течение которого параметры линии изменяются во всем диапазоне своих значений, при последовательном управлении равно длительности входного сигнала; при одновременном же управлении изменение параметров в каждой точке линии начинается до прихода в эту точку сигнала (с самого момента его поступления в линию), а заканчивается лишь после выхода всего сигнала из линии. Так как диапазон изменения параметров реальной линии задержки ограничен, то увеличение времени (в том числе за счет удлинения линии), в течение которого происходит изменение параметров, возможно при уменьшении  $b$ . Так, для линии с полосой пропускания около 400 МГц, состоящей из двадцати звеньев с коэффициентом перекрытия параметров около 3, величина  $q_T \approx 7$  (при последовательном управлении в такой же линии  $q_T \approx 15$ ).

Увеличения коэффициента трансформации при одновременном управлении можно достичь расширением диапазона изменения параметров линии задержки. Остальные показатели аналоговых преобразователей с последовательным и одновременным управлением примерно равноценны и ограничиваются теми же факторами.

При одновременном управлении проблема согласования линии с нагрузкой и подавления управляющего сигнала на выходе линии задержки является такой же актуальной, как и при последовательном управлении.

### 3. Аналоговое преобразование в линии задержки со скачкообразным управлением

В гл. I показано, что линейное преобразование временного масштаба возможно при изменении параметров замедляющей системы по произвольному закону, если это изменение происходит лишь в течение времени, когда входной сигнал целиком находится в пределах замедляющей системы, в отличие от способов последовательного и одновременного управления, при которых изменение параметров системы по определенному закону начинается в момент поступления переднего фронта сигнала на ее вход. Применительно к искусственным линиям задержки, по аналогии с одновременным способом управления, использование управляющего сигнала произвольной формы (напряжения и тока) возможно при условии постоянства волнового сопротивления линии, т. е. при одновременном изменении индуктивности и емкости по тому же закону. Теоретически возможно неискаженное преобразование и при неодинаковых законах изменения индуктивности и емкости, однако эти законы должны быть жестко между собой связаны, что в наносекундном диапазоне осуществить крайне сложно [66]. Например, при изменении емкости по закону  $C(t) = C_0\varphi(t)$ , где  $\varphi(t)$  — произвольная функция времени, индуктивность должна изменяться по закону  $L(t) = L_0\psi(t)$ , где

$$V\psi(t) = V\varphi(t) C_1 \exp \left[ \int \frac{dt}{\varphi(t) \left( C_2 + \frac{3}{2} \int dt/\varphi(t) \right)} \right],$$

$C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования.

Однако, как показывает анализ [67], в частном случае скачкообразного изменения параметров линии линейное преобразование временного масштаба возможно и при изменении либо индуктивности, либо емкости этой линии задержки. Очевидно, именно этот случай представляет для нас практический интерес.

Решение системы уравнений (IV.1) при  $L=L_0$  и  $C(t) = C_0 l(t)$ , где  $l(t)$  — единичный скачок, весьма трудоемко. Поэтому ограничимся физической интерпретацией процесса преобразования в такой линии задержки.

Пусть  $L=L_0$  и  $C=C(t)$ , причем управляющее напряжение, одновременно приложенное ко всем емкостям линии задержки, скачкообразно изменяется в момент  $t=t_1 + \tau_{вх}$ , где  $t_1$  — момент поступления переднего фронта входного сигнала в линию, а  $\tau_{вх}$  — длительность этого сигнала. Рассмотрим временные соотношения при скачкообразном управляющем напряжении.

Отметим на сигнале ряд дискретных значений на расстоянии  $l_0$  друг от друга (рис. IV.3). Пусть скорость рас-

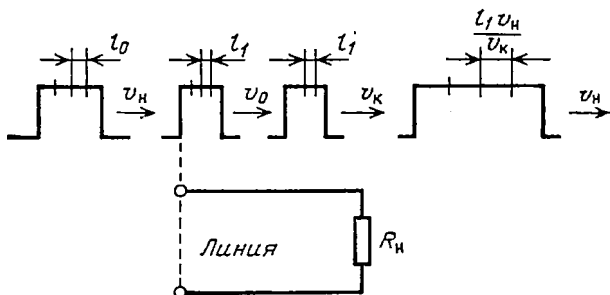


Рис. IV.3. Временные соотношения в аналоговом преобразователе со скачкообразным управлением.

пространения сигнала в линии передачи до поступления в линию задержки равна  $v_H$ . Если  $v_H > v_0$ , то благодаря неодновременному поступлению всех мгновенных значений сигнала в линию задержки, расстояние между какими-либо выбранными соседними дискретными значениями сигнала в линии уменьшится до  $l_1$ . Однако временное расстояние между всеми соседними дискретными значениями сохранится прежним.

Для случая  $L=L_0$  и временного расширения сигнала начальные значения емкостей линии должны быть минимальными. При нарастании отрицательного управляющего напряжения скорость распространения в линии задержки уменьшится, геометрическое расстояние между мгновенными значениями сигнала сохранится без изменения вдоль всей линии, а временное расстояние увеличится. На определенном уровне управляющее напряжение прекращает изменяться, так как емкости линии

достигают предельного значения (при расширении импульса —  $C_{\text{макс}}$ ). С этого момента сигнал распространяется вдоль линии с постоянной скоростью  $v_k$ . При выходе из линии задержки скорость распространения становится равной исходной скорости  $v_n$  сигнала до поступления в линию. Так как выбранные дискретные значения сигнала достигают конца линии задержки с временным сдвигом  $l_1/v_k$ , то после линии геометрические расстояния между соседними дискретными значениями будут равными  $v_n l_1/v_k$ . Форма сигнала сохранится без изменения, так как временные расстояния между соседними дискретными значениями остались равными, хотя изменились по величине.

Коэффициент трансформации временного масштаба равен отношению временных расстояний между соседними дискретными значениями после линии задержки и до нее (рис. IV.3):

$$q_\tau = \frac{l_1/v_k}{l_0/v_n} = \frac{l_1}{l_0} \frac{v_n}{v_k} = \frac{v_0 l_0/v_n}{l_0} \frac{v_n}{v_k} = \frac{v_0}{v_k}. \quad (\text{IV.25})$$

Таким образом, коэффициент трансформации зависит от перепада скоростей. Для случая  $L = L_0$   $q_\tau = \sqrt{C_{\text{макс}}/C_{\text{мин}}}$ . Как и при последовательном управлении с  $L = \text{const}$ , амплитуда выходного сигнала в  $q_\tau^{3/2}$  раз меньше амплитуды входного сигнала.

При скачкообразном изменении управляющего напряжения имеется возможность согласовать линию задержки с нагрузочным сопротивлением постоянной величины, так как после установления управляющего напряжения параметры линии остаются постоянными. Для этого сопротивление нагрузки  $R_n$  следует выбирать равным окончному волновому сопротивлению линии, т. е. при временном расширении импульса  $R_n = \sqrt{L/C_{\text{макс}}}$ , а входное сопротивление равным начальному волновому сопротивлению, т. е.  $R_{\text{вх}} = \sqrt{L/C_{\text{мин}}}$ . В этом случае линия задержки будет согласована как с источником, так и с нагрузкой в моменты входа и выхода сигнала из линии.

При скачкообразном управлении существует возможность временной дискриминации преобразованного и управляющего сигналов, для чего необходимо длину линии задержки выбрать таким образом, чтобы изменение ее параметров закончилось до прихода переднего фронта сигнала на выход линии.



Коэффициент трансформации при увеличении длины линии задержки (количества звеньев искусственной линии) не изменяется и практически имеет меньшую величину, чем при других способах управления, однако при каскадном соединении нескольких линий задержки он будет равен произведению коэффициентов трансформации отдельных линий. Время задержки каждой линии, с учетом возможности временной дискриминации преобразованного и управляющего сигналов, должно быть равно

$$\tau_3 \geq \tau_{вх} + 2\tau_{упр}, \quad (IV.26)$$

где  $\tau_{упр}$  — время нарастания управляющего напряжения, которое учитывает отклонение его формы от идеального единичного скачка.

Очевидно, величина  $\tau_{упр}$  должна быть в несколько раз меньше времени нарастания входного сигнала. Количество звеньев в линии должно выбираться исходя из задержки каждого звена, равной  $\sqrt{LC}$ , и частоты среза звена, превышающей ширину спектра сигнала не менее чем в два раза. При каскадном соединении линий задержки величина  $\tau_3$  каждой последующей линии должна увеличиваться ввиду увеличения  $\tau_{вх}$  (при временном расширении импульса) в предыдущих линиях.

С точки зрения полосы пропускания, чувствительности, динамического диапазона и погрешностей преобразования потенциальные возможности аналогового преобразователя со скачкообразным управлением и аналоговых преобразователей с последовательным и одновременным управлением равноценны. Однако практические возможности достижения заданных показателей не везде одинаковы. В основном это относится к погрешностям преобразования. Действительно, в аналоговом преобразователе со скачкообразным управлением уменьшается влияние на погрешность преобразования таких факторов, как форма управляющего сигнала, согласование линии задержки с нагрузкой в процессе преобразования, подавление управляющего сигнала на выходе линии задержки, жесткость синхронизации управляющего сигнала относительно входного сигнала.

При использовании в преобразователе искусственной линии задержки на погрешность преобразования влияют отражения в линии из-за нарушения согласования ее звеньев. Однако с этой точки зрения способ скачкооб-

разного управления имеет практическое преимущество, так как при нем требуется обеспечить согласование звеньев лишь в крайних точках диапазона регулирования параметров (при их минимальном и максимальном значениях). Как и при других способах управления, принципиальным источником погрешности преобразования остается неидеальность АЧХ и ФЧХ линии задержки и ограниченность ее полосы пропускания.

Для того чтобы осуществить скачкообразное изменение емкостей линии, необходимо использовать быстро

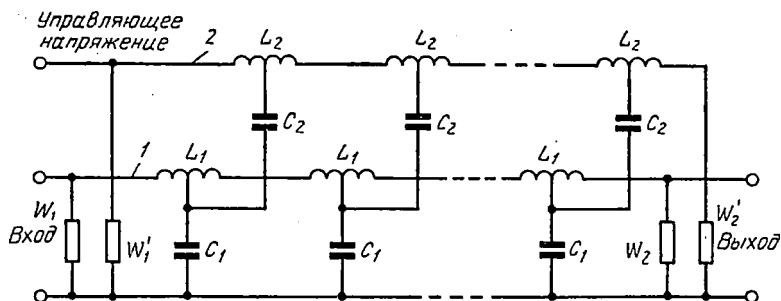


Рис. IV.4. Структурная схема аналогового преобразователя со скачкообразным управлением:

1 — основная линия задержки; 2 — вспомогательная линия задержки.

спадающее управляющее напряжение, что в свою очередь требует весьма мощного источника этого напряжения. В структурной схеме рис. IV.4 применена вспомогательная линия задержки с малыми емкостями и большим волновым сопротивлением, по которой распространяется управляющее напряжение со скоростью, значительно превышающей скорость распространения входного сигнала в основной (преобразующей) линии задержки. Это позволяет уменьшить мощность источника управляющего напряжения и считать, что значения емкостей вдоль основной линии задержки изменяются одновременно по одинаковому закону.

При  $L=0,05$  мкГн,  $C=2 \div 20$  пФ в линии со скачкообразным управлением можно получить коэффициент трансформации около 3 и время установления около 1,5 нс.

Полоса пропускания аналоговых преобразователей с использованием искусственных линий задержки не пре-

вышает нескольких сотен мегагерц. Для расширения полосы пропускания преобразователей можно в качестве регулируемых линий задержки использовать коаксиальные линии, заполненные диэлектриком (например, титанатом бария) или ферромагнитным материалом. Особенно перспективно использование полосковых линий с пленочным нелинейным диэлектриком. В настоящее время имеются нелинейные диэлектрики, сохраняющие в СВЧ диапазоне (до 10 ГГц) те же свойства, что и на низких частотах. Диэлектрическая проницаемость таких диэлектриков зависит от мгновенных значений управляющего напряжения вплоть до частот 2—3 ГГц, что свидетельствует о возможности ее изменения за время порядка долей наносекунды [42]. Таким образом, преобразователи на основе полосковых линий с такими диэлектриками будут обеспечивать как широкую полосу пропускания, так и полное использование всего диапазона изменения параметров линии задержки (коэффициента трансформации).

Представляет интерес разработка быстродействующих нелинейных конденсаторов, управляемых светом. Использование таких элементов при скачкообразном управлении позволило бы упростить устройство, уменьшить длину линии задержки и исключить необходимость дискриминации преобразованного сигнала.

#### 4. Аналоговое преобразование при помощи электронных пучков

Линейное преобразование временного масштаба можно получить также в замедляющих системах с электронными пучками (например, типа ЛБВ). При этом используется конечное время пролета электронов между электродами, которым можно управлять при помощи электрического поля.

Законы движения электронов в электромагнитных полях описываются уравнениями Максвелла — Лоренца [43]. После ряда преобразований, с учетом действия лишь электрического поля, из этих уравнений можно получить систему

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{e}{m_0} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad (\text{IV.27})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (\text{IV.28})$$

где  $v$ ,  $e$ ,  $m_0$  — скорость, заряд и масса электрона соответственно,  $U$  — потенциал анода,  $\rho$  — плотность объемного заряда, созданного электронами,  $x$  — расстояние от катода.

Рассмотрим частный случай уравнения (IV.27) при свободном полете электронов:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (\text{IV.29})$$

Зададимся граничными условиями:

$$v_{x=0} = v_0 / (1 + bt). \quad (\text{IV.30})$$

Решение уравнения (IV.29) при (IV.30) имеет вид

$$v = v_0 \frac{1 + bx/v_0}{1 + bt}, \quad (\text{IV.31})$$

где  $v_0$  — начальная скорость электронов в точке  $x = 0$ ,  $b$  — коэффициент пропорциональности.

Уравнение (IV.28) после подстановки (IV.31) и некоторых преобразований можно переписать следующим образом:

$$(1 + bt) \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_0 \left(1 + \frac{bx}{v_0}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} + b\rho = 0. \quad (\text{IV.32})$$

Отсюда при граничном условии  $\rho = f(t)$  в точке  $x = 0$  получаем

$$\rho(x, t) = \frac{1}{1 + bx/v_0} f \left[ \frac{1}{1 + bx/v_0} \left( t - \frac{x}{v_0} \right) \right]. \quad (\text{IV.33})$$

Таким образом, объемная плотность заряда  $\rho(x, t)$  в точке  $x$  изменяется во времени по тому же закону, что и объемная плотность заряда  $f(t)$  в точке  $x = 0$ ; функции  $\rho(x, t)$  и  $f(t)$  отличаются лишь временным масштабом в  $1/(1 + bx/v_0)$  раз, амплитудой и временным сдвигом. При  $b > 0$  имеет место временное расширение функции  $f(t)$ , при  $b < 0$  — ее временное сжатие.

Если  $\rho(0, t)$  является линейной функцией входного сигнала, а выходное напряжение  $u(x, t)$  на нагрузке ЭЛТ является линейной функцией  $\rho(x, t)$ , то при условии (IV.30) в этом приборе можно осуществить линейное преобразование временного масштаба электрических сигналов.

Множитель  $1 + bx/v_0$  имеет смысл коэффициента трансформации временного масштаба и показывает отношение длительностей выходного и входного сигналов.

Условие (IV.30) обеспечивается соответствующим законом изменения во времени напряжения на ускоряющем электроде, расположенном в точке  $x=0$ . Форма управляющего (ускоряющего) напряжения определяется из (IV.30) и из зависимости скорости электронов от этого напряжения, т. е. управляющее напряжение должно изменяться во времени по закону  $1/(1+bt)^2$ . Крутизна этого напряжения зависит от значения  $b$ , которое, в свою очередь, определяет коэффициент трансформации. Очевидно, что управляющее напряжение должно успеть измениться во всем заданном диапазоне за время, равное длительности входного сигнала.

Для увеличения коэффициента трансформации необходимо увеличивать длину  $x$  свободного полета электронов. Этого же эффекта можно достичь, применяя замедляющие системы, увеличивающие время свободного полета электронов. Поток электронов на участке катод — анод должен быть сфокусирован в тонкий пучок, чтобы обеспечить значительный ток анода, необходимый для выделения преобразованного сигнала на относительно малом сопротивлении.

Как показывает расчет, ЭЛТ с управляющим электродом, имеющая расстояние катод — анод 250 мм, крутизну модуляционной характеристики (по плотности) 3—5 мА/В, ток около 10 мА, среднюю скорость электронов, соответствующую 0,3—0,5 кВ, позволит трансформировать спектр наносекундных импульсов в 10 раз. Принципиальная возможность преобразования временного масштаба в системах с электронными пучками была проверена Э. А. Фоминым при использовании в качестве электронной замедляющей системы ЛБВ.

Рассмотренный способ преобразования при помощи электронных пучков аналогичен последовательному способу управления в длинных линиях. Однако в нем отсутствует ряд ограничений полосы пропускания и точности трансформации спектра, имевших место в длинных линиях. Очевидно, в системе с электронными пучками при помощи ряда электродов, расположенных на малом расстоянии друг от друга вдоль всего пути движения электронного пучка, можно также скачкообразно управлять скоростью движения электронов. Все закономерности, свойственные аналогичному управлению в длинных линиях, будут действительны и здесь. При этом значения полосы пропускания, точности трансфор-

мации спектра и максимальной амплитуды входного сигнала в преобразователе на основе электронных пучков будут значительно выше из-за большей полосы пропускания самой замедляющей системы, отсутствия разброса характеристик нелинейных элементов и отсутствия влияния входного сигнала на скорость электронов.

Значительно упрощается конструкция генератора скачкообразного управляющего напряжения из-за его малой мощности. Разработка специального электронно-лучевого прибора для преобразования однократных сигналов является весьма актуальной задачей.

## 5. Дискретное преобразование однократных импульсов

Как уже было сказано, в основе дискретного метода линейного преобразования временного масштаба однократных электрических сигналов лежит дискретизация этих сигналов с последующим относительно медленным (при временном расширении) считыванием дискретных значений. При использовании на выходе преобразователя сглаживающего фильтра преобразованный сигнал можно получить в аналоговой форме.

В зависимости от способа реализации структурной схемы рис. I.13, иллюстрирующей саму идею дискретного преобразования, различают два основных способа: преобразование в линии задержки с отводами и преобразование в системе параллельных линий задержки.

В первом случае (рис. IV.5 [54]) исследуемый однократный сигнал распространяется вдоль коаксиальной линии задержки 1 с отводами, к которым подключены смесители 3; в то же время исследуемый сигнал запускает генератор стробимпульсов 2, который срабатывает в момент достижения передним фронтом исследуемого сигнала последнего смесителя. Стробимпульс генератора 2 подается одновременно на все смесители 3. На емкостных нагрузках смесителей выделяются расширенные импульсы, амплитуды которых пропорциональны мгновенным значениям исследуемого сигнала в момент стробирования. Эти импульсы поступают на усилители-расширители 4, не нарушающие их амплитудного соотношения, а затем при помощи коммутатора 5 относительно медленно считываются. Вместо коммутатора можно также использовать набор линий с различной задержкой, подключенных к общей нагрузке. Выход коммутатора 5 соединен через фильтр нижних частот

или непосредственно с индикатором 6 (ЭЛТ, самописец и др.), или с информационно-измерительной системой.

В тех случаях, когда задержка линии 1 меньше запаздывания стробимпульса по отношению к синхронизирующему импульсу, на входе устройства необходима дополнительная линия задержки.

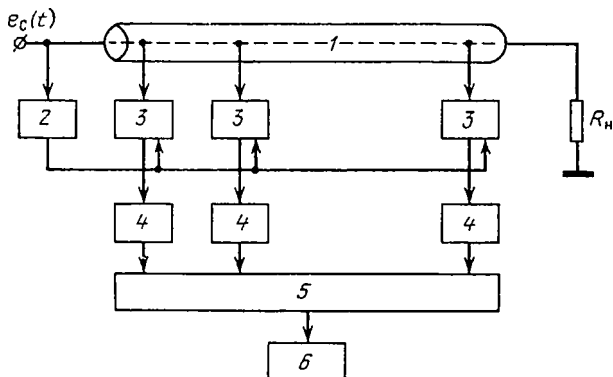


Рис. IV.5. Структурная схема дискретного преобразователя на линии задержки с отводами.

Для структурной схемы преобразователя рис. IV.5 справедливы следующие общие соотношения:

1. Коэффициент трансформации временного масштаба

$$q_T = T_{\text{пр}} / \Delta t, \quad (\text{IV.34})$$

где  $T_{\text{пр}}$  — временной промежуток между моментами считывания соседних значений преобразованного сигнала,  $\Delta t$  — шаг считывания (временное расстояние между выборками входного сигнала).

2. Минимально допустимое, с точки зрения искажений сигнала, значение коэффициента трансформации

$$q_{T \text{ мин}} = T_{\text{пр}} / \Delta t_{\text{макс}} \approx 2F_{\text{в}} T_{\text{пр}}, \quad (\text{IV.35})$$

где  $F_{\text{в}}$  — верхняя частота в спектре входного сигнала.

3. Максимальное значение коэффициента трансформации

$$q_{T \text{ макс}} = T_{\text{пр макс}} / \Delta t_{\text{мин}}. \quad (\text{IV.36})$$

Значение  $T_{\text{пр макс}}$  выбирается из условия незначительного разряда накопительных конденсаторов расширителей за время считывания коммутатором всех значений сигнала. Практически  $T_{\text{пр макс}} \ll \tau_p/N$ , где  $\tau_p$  — постоянная времени цепи разряда накопительного конденсатора,  $N$  — количество смесителей.

4. Длина линии задержки равна

$$l_3 \geq v\tau_{\text{вх}}, \quad (\text{IV.37})$$

где  $v$  — групповая скорость распространения сигнала в линии,  $\tau_{\text{вх}}$  — длительность входного сигнала.

5. Расстояние между смесителями равно.

$$l_0 = \Delta t v. \quad (\text{IV.38})$$

В схеме дискретного преобразователя, использующего систему параллельных линий задержки [54] (рис. IV.6), входной сигнал  $e_c(t)$  через разветвитель 1

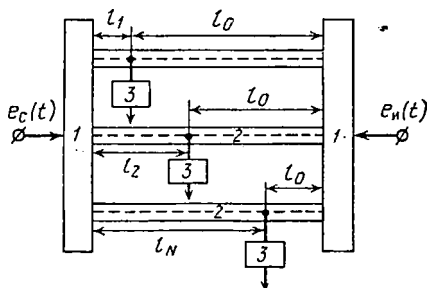


Рис. IV.6. Структурная схема дискретного преобразователя с параллельными линиями задержки.

поступает на ряд параллельных каналов — линий задержки 2, в каждой из которых включен смеситель 3. Стробимпульс  $e_n(t)$  поступает одновременно на все смесители в момент поступления переднего фронта импульса на наиболее удаленный от начала линии смеситель. Расстояние всех смесителей от источника стробимпульса одинаково. При совпадении стробимпульса с входным сигналом на накопительном конденсаторе смесителя 3 выделяется расширенный импульс, амплитуда которого пропорциональна мгновенному значению сигнала в момент совпадения. Расположение смесителей вдоль линий 2 обеспечивает совпадение стробимпульса с сигналом в каждой линии в разные моменты времени относительно начала сигнала. При достаточном количестве линий 2, определяемом теоремой Котельникова, огибаю-



щая импульсов на накопительных конденсаторах смесителей 3, выделенная фильтром нижних частот, будет сохранять форму входного сигнала. После расширения и усиления эти импульсы могут быть считаны, как и в схеме рис. IV.5, коммутатором.

Все соотношения структурной схемы рис. IV.5 действительны и для структурной схемы рис. IV.6. Однако количественные значения некоторых параметров преобразователя, которые могут быть достигнуты в обеих схемах, различны.

Рассмотренные здесь схемы практически пригодны для преобразования однократных сигналов фиксированных длительностей, так как при заданном шаге считывания с возрастанием длительности входного сигнала пропорционально возрастает необходимое количество смесителей. Однако в большинстве случаев верхняя частота в спектре длинных сигналов имеет меньшую величину по сравнению с короткими сигналами. Кроме того, как правило, невозможно одновременно исследовать фронты и пологие участки сигнала большой длительности. Поэтому иногда при увеличении длительностей входных сигналов можно увеличить шаг считывания, сохраняя общее количество смесителей без изменения, т. е. можно расширить диапазон длительностей входных сигналов для данного устройства.

В [54] предложено регулировать шаг считывания при помощи неодновременной подачи стробимпульсов на все смесители. Момент подачи стробимпульса можно изменять либо изменяя длину линии передачи от генератора стробимпульсов к смесителю, либо регулируя скорость распространения стробимпульса (в регулируемых искусственных линиях), либо используя независимые генераторы стробимпульсов в каждом канале. Последний способ является наиболее гибким в смысле регулировки шага считывания. Изменяя моменты запуска генераторов, можно получить различные значения шага считывания.

Для простоты рассмотрим схему преобразователя на основе линии задержки с отводами (рис. IV.7). Исследуемый сигнал  $e_c(t)$  поступает на вход линии 1, задержка которой равна минимальной длительности исследуемых сигналов. Одновременно этот сигнал подается на схему 2, формирующую импульс  $u(t)$  с линейно нарастающим фронтом. Этот импульс в устройствах 5 сравнивается с соответствующими опорными напряжениями,

и выходные сигналы сравнивающих устройств 5 запускают генераторы стробимпульсов 4, управляющие смесителями 3. Смеситель 3, расположенный у нагрузочного конца линии 1, соответствует начальной точке отсчета и отпирается в момент прихода к нему переднего фронта исследуемого сигнала. Последующие смесители (по направлению ко входу линии 1) отпираются

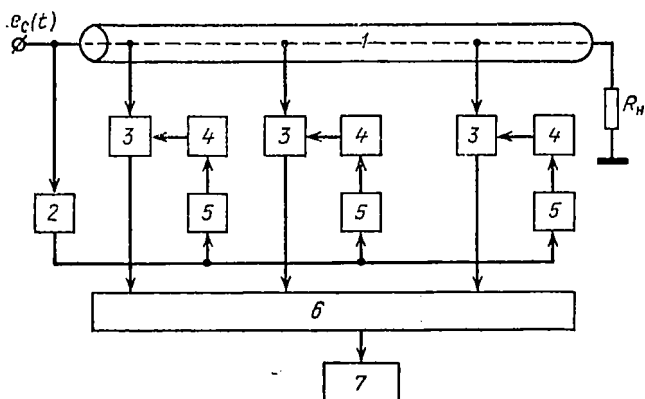


Рис. IV.7. Структурная схема дискретного преобразователя с независимыми генераторами стробимпульсов.

с задержкой друг относительно друга. Расширенные импульсы с накопительных конденсаторов смесителей считываются коммутатором 6 и поступают на сглаживающий фильтр или непосредственно на индикатор 7. Шаг считывания  $\Delta t$  равен сумме временного сдвига между соседними смесителями и задержки соответствующих стробимпульсов друг относительно друга.

При таком способе регулировки шаг считывания может изменяться по произвольному закону путем подбора соответствующего опорного напряжения в каждом сравнивающем устройстве 5 и изменения наклона фронта импульса  $u(t)$ . Это дает возможность применять неравномерный шаг дискретизации входного сигнала, уменьшая его на крутых участках сигнала и увеличивая на пологих. При предполагаемой форме сигнала неравномерный шаг дискретизации позволяет уменьшить необходимое количество смесителей без искажения формы преобразованного сигнала. Недостаток описанного спо-

соба регулировки заключается в необходимости иметь в каждом канале отдельную схему сравнения, что может привести к нестабильности шага считывания.

## 6. Основные параметры дискретного преобразователя

Ширина полосы пропускания дискретного преобразователя зависит от ряда факторов: эффективной длительности стробимпульсов, шага считывания, инерционности смесителя, полосы пропускания линии задержки и входных цепей. Оценим их влияние на время установления (полосу пропускания) дискретного преобразователя.

Как следует из гл. III, время установления дискретного преобразователя периодических сигналов в идеальном случае равно 0,8 эффективной длительности стробимпульса (при кусочно-линейной аппроксимации вольт-амперной характеристики смесителя). Из-за отсутствия накопления при преобразовании временного масштаба однократных сигналов эффективная длительность стробимпульсов определяется уровнем напряжения отпирания соответствующих смесительных диодов и не может беспредельно уменьшаться из-за уменьшения их амплитуды.

Если задаться соотношением напряжения  $u_c$  на конденсаторе смесителя и напряжения шума  $u_{ш}$ :

$$u_c = k_{ш} u_{ш},$$

где  $k_{ш}$  — коэффициент пропорциональности, то минимальная эффективная длительность стробимпульса, как показано в гл. III, равна

$$t_{н\ мин} = \tau_3 \ln [\Delta A / (\Delta A - k_{ш} u_{ш})],$$

где  $k_{ш} > 1$ ,  $\tau_3$  — постоянная времени цепи заряда конденсатора смесителя,  $\Delta A$  — минимальное приращение входного сигнала между соседними дискретными значениями, ограниченное нелинейными искажениями смесителя, которые могут возникать при большой амплитуде входного сигнала.

Таким образом, в реальном преобразователе время установления равно

$$t_y \geq 0,8 t_{н\ мин} \quad (IV.39)$$

и определяется двумя независимыми факторами: длительностью стробимпульсов и величиной шага считыва-

ния. Чтобы обеспечить предельную величину  $t_{y \text{ мин}}$  в (IV.39), с учетом требований теоремы Котельникова и (II.26), шаг считывания должен удовлетворять условию

$$\Delta t \leq 1/2 F_B = t_{н \text{ мин}}/2 \cdot 0,45 = 1,4 t_{y \text{ мин}}. \quad (\text{IV.40})$$

При стробоскопическом преобразовании повторяющихся сигналов несложно получить необходимый шаг считывания. Минимальное время установления (максимальная полоса пропускания) преобразователя ограничено из-за трудности получения малой длительности стробимпульсов и инерционности смесителя.

Иначе обстоит дело в дискретном преобразователе однократных сигналов, где получение малого шага считывания сопряжено с существенными конструктивными ограничениями из-за увеличения количества смесителей, а в структурной схеме рис. IV.5, кроме того, приводит к нарушению однородности линии задержки  $l$  и тем самым к уменьшению ее полосы пропускания.

Если в стробоскопическом преобразователе повторяющихся сигналов инерционность смесителя не оказывает непосредственного влияния на выбор шага считывания, то в структурной схеме рис. IV.5 должно выполняться условие

$$t_n + t_b \leq \Delta t, \quad (\text{IV.41})$$

где  $t_b$  — время восстановления обратного сопротивления смесительного диода после прекращения стробимпульса.

Как уже сказано, время установления дискретного преобразователя зависит от времени установления (полосы пропускания) линии задержки. Рассмотрим этот вопрос подробнее на примере структурной схемы рис. IV.5.

Линия задержки  $l$  в наносекундном диапазоне представляет собой длинную линию с дискретными неоднородностями, роль которых играют смесительные диоды  $\mathcal{Z}$ . В процессе распространения входного сигнала эти диоды заперты и их эквивалентная схема в этом состоянии может быть представлена в виде рис. IV.8. Следовательно, для определения времени установления линии задержки  $l$  необходимо найти переходную характеристику длинной линии, показанной на рис. IV.9. На этом рисунке  $E(p)$  — изображение по Лапласу входного сигнала (единичного скачка),  $Z_0(p)$  — операторное внутреннее сопротивление источника сигнала,  $Z_i(p)$  — операторное сопротивление эквивалентной схемы смесительного дио-

да ( $i$  — номер диода, считая от начала линии),  $L$ ,  $C$ ,  $R$ ,  $G$  — погонные значения соответственно индуктивности, емкости, сопротивления потерь и проводимости изоляции линии,  $l_i$  — расстояние между диодами.

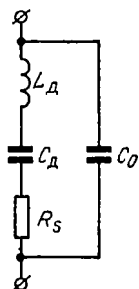


Рис. IV.8. Эквивалентная схема смесительных диодов дискретного преобразователя.

Кроме времени установления, значительный интерес при анализе точности трансформации спектра представит распределение напряжения вдоль линии в момент стробирования.

Исследование процессов в такой линии целесообразно вести следующим образом: необходимо поочередно

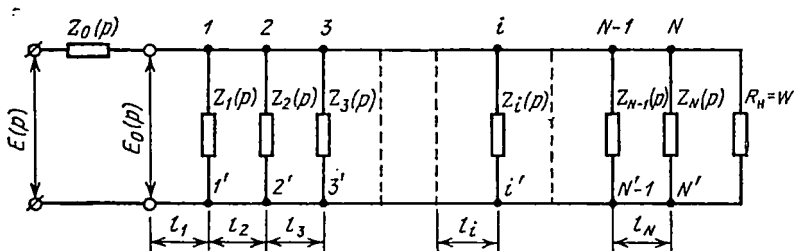


Рис. IV.9. Схема длинной линии с дискретными неоднородностями.

заменять каждый участок линии его входным сопротивлением, что в конечном итоге приведет к однородной линии, нагруженной в точках  $1—1'$  эквивалентным сопротивлением  $Z_{Н1}(p)$ . Такой метод позволяет рассмотреть процессы левее точек  $1—1'$ , а напряжение на зажимах  $1—1'$  будет входным напряжением для всего отрезка линии рис. IV.9 правее точек  $1—1'$ . Очевидно, что, двигаясь слева направо и поочередно заменяя каждый предыдущий участок его выходным напряжением, можно исследовать процессы во всей линии.

Как известно [27], в переходном режиме изображения напряжения и тока на расстоянии  $x$  от начала длинной линии могут быть представлены в следующей форме (подобно установившемуся режиму):

$$U_x(p) = A(p)e^{-\gamma x} + B(p)e^{\gamma x},$$

$$I_x(p) = \frac{A(p)}{W(p)}e^{-\gamma x} - \frac{B(p)}{W(p)}e^{\gamma x}. \quad (\text{IV.42})$$

Здесь  $A(p)$  и  $B(p)$  — коэффициенты, зависящие от граничных условий на концах линии,

$$\gamma(p) = \sqrt{(R + pL)(G + pC)}, \quad (\text{IV.43})$$

$$W(p) = \sqrt{(R + pL)/(G + pC)}, \quad (\text{IV.44})$$

где  $\gamma(p)$  и  $W(p)$  — операторная постоянная распространения и операторное волновое сопротивление линии соответственно.

Отсюда входное сопротивление линии равно

$$Z_{\text{вх}}(p)_{x=0} = \frac{U_x(p)}{I_x(p)} = W(p) \times$$

$$\times \frac{\text{ch } \gamma l Z(p)/W(p) + \text{sh } \gamma l}{\text{sh } \gamma l Z(p)/W(p) + \text{ch } \gamma l} = W(p) \frac{1 + \Gamma(p)e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma(p)e^{-2\gamma l}}, \quad (\text{IV.45})$$

где  $\Gamma(p) = (Z(p) - W(p))/(Z(p) + W(p))$  — переходный коэффициент отражения, учитывающий отражение от нагрузки  $Z(p)$ .

Пользуясь формулой (IV.45), можно поочередно заменить все участки линии рис. IV.9 их входными сопротивлениями. В этом случае входное сопротивление участка линии, расположенного правее точки  $i$ , равно

$$Z_{\text{вх } i}(p) = W(p) \frac{1 + \Gamma_{(i+1)}(p)e^{-2\gamma l_{(i+1)}}}{1 - \Gamma_{(i+1)}(p)e^{-2\gamma l_{(i+1)}}}, \quad (\text{IV.46})$$

где

$$\Gamma_{(i+1)}(p) = (Z_{\text{н}(i+1)}(p) - W(p))/(Z_{\text{н}(i+1)}(p) + W(p)), \quad (\text{IV.47})$$

$Z_{\text{н}(i+1)}$  — нагрузка, подключенная между точками  $(i+1)$  и  $(i'+1)$ .

Общее сопротивление нагрузки участка линии левее точки  $i$  равно

$$Z_{\text{н } i}(p) = Z_{\text{вх } i}(p) Z_i(p)/(Z_{\text{вх } i}(p) + Z_i(p)). \quad (\text{IV.48})$$

Таким образом, исследуемую линию рис. IV.9 можно заменить эквивалентной однородной линией (рис. IV.10) с нагрузкой

$$Z_{н1}(p) = Z_{вх1}(p) Z_1(p) / [Z_{вх1}(p) + Z_1(p)]. \quad (IV.49)$$

Напряженне в любой точке  $x$  линии рис. IV.10, а также ее выходное напряженне при  $x=l$  (оно же входное для

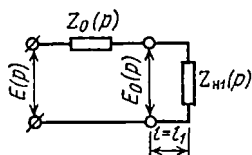


Рис. IV.10. Схема эквивалентной однородной линии.

всего отрезка линии рис. IV.9 справа от точек  $1-1'$ ) вычисляется по формуле

$$U_x(p) = E(p) \left( \frac{W_p}{W(p) + Z_0(p)} e^{-\tau x} + \frac{W(p) \Gamma_1(p)}{W(p) + Z_0(p)} e^{-\tau(2l-x)} / [1 - \Gamma_1(p) \Gamma_0(p) e^{-2\tau l}] \right), \quad (IV.50)$$

где  $E(p)$  — э. д. с. источника,

$$\Gamma_1(p) = (Z_{н1}(p) - W(p)) / (Z_{н1}(p) + W(p)),$$

$$\Gamma_0(p) = (Z_0(p) - W(p)) / (Z_0(p) + W(p)),$$

$Z_0(p)$  — внутреннее сопротивление источника.

Если отрезок линии справа от  $1-1'$  (рис. IV.9) заменить по описанной методике одной эквивалентной линией, то можно исследовать процессы на участке линии между точками  $1-1'$  и  $2-2'$ , пользуясь формулой (IV.50) при  $Z_0(p) = 0$  и соответствующем значении  $\Gamma_1(p)$ . Аналогично исследуются все остальные участки линии рис. IV.9.

Время нарастания напряжения на последнем смесителе при входном напряжении в виде единичного скачка определяет время установления линии задержки рис. IV.9. Напряжение на последнем смесителе можно определить, пользуясь описанным способом.

Для упрощения выкладок можно принять в (IV.43), (IV.44)

$$R = 0, \quad G = 0, \quad \gamma = p \sqrt{LC}, \quad W = \rho = \sqrt{L/C};$$

кроме того, нетрудно обеспечить условие  $Z_0(p) = W(p)$  или выбрать расстояние первого смесителя от начала линии настолько большое, чтобы отражения от начала линии имели место лишь после поступления переднего фронта сигнала на последний смеситель. Тогда, с учетом  $\Gamma_0(p) = 0$ , операторный коэффициент передачи отрезка линии, считая со входа линии до  $i$ -го смесителя, равен

$$K_i(p) = [1 + \Gamma_1(p)] e^{-p t_1} \times \prod_{n=2}^i [1 + \Gamma_n(p)] e^{-p \Delta t (i-1)} \times \frac{n=2}{i} \prod_{n=2}^i [1 + \Gamma_n(p) e^{-2p \Delta t}] , \quad (IV.51)$$

где  $t_1 = l_1 \sqrt{LC}$ ,  $\Delta t = l_0 \sqrt{LC}$ ,  $l_1$  — расстояние от источника сигнала до первого смесителя,  $l_0$  — расстояние между соседними смесителями,  $1/\sqrt{LC}$  — скорость распространения сигнала в линии задержки. Из (IV.51) при  $p = j\omega$  можно определить частотную характеристику отрезка линии до каждого смесителя. Как видно из этого выражения, по мере удаления смесителя от начала линии полоса пропускания отрезка линии сужается.

Принимая  $i = N$ , где  $N$  — количество смесителей в линии,  $E(p) = 1/p$ , найдем изображение напряжения на последнем смесителе:

$$U_N(p) = K_N(p) \frac{1}{p} = \frac{1}{p} [1 + \Gamma_1(p)] e^{-p t_1} \times \prod_{n=2}^N [1 + \Gamma_n(p)] e^{-p \Delta t (N-1)} \times \frac{n=2}{N} \prod_{n=2}^N [1 + \Gamma_n(p) e^{-2p \Delta t}] . \quad (IV.51a)$$

Из этого выражения при помощи ЭВМ можно получить переходную характеристику линии  $h(t) = U_N(t)$  для различных значений  $N$ .

В соответствии с эквивалентной схемой диода (рис. IV.8), пренебрегая емкостью корпуса  $C_0$ ,

$$Z_i(p) = (L_n C_d p^2 + R_s C_d p + 1) / p C_n .$$



Для практических расчетов можно принять  $Z_i(p) \approx \approx 1/pC_d$ . Тогда

$$\Gamma_N(p) = -1 / \left( 1 + \frac{2}{pC_d p} \right).$$

В области малых времен, находящихся в пределах  $N\Delta t \ll \ll t \ll (N+2)\Delta t$  ( $t=0$  соответствует моменту поступления сигнала на вход линии, а  $N\Delta t$  равно длительности входного сигнала),

$$h(t) \approx 1 - \exp[-2(t - N\Delta t)/C_d p] \times \times \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{N-1} \left[ \frac{2(t - N\Delta t)}{C_d p} \right]^n / n! \right\}. \quad (IV.52)$$

Отсюда видно, что время установления линии задержки уменьшается с уменьшением паразитной емкости полупроводниковых диодов  $C_d$  и количества дискретных отсчетов входного сигнала  $N$ .

Сравнение взаимно независимых факторов, ограничивающих время установления дискретного преобразователя, позволяет утверждать, что время установления (полоса пропускания) дискретного преобразователя однократных сигналов (рис. IV.5) при большом числе дискретных отсчетов практически равно времени установления (полосе пропускания) линии задержки с подключенными к ее отводам смесителями, а при малом количестве отсчетов определяется шагом считывания  $\Delta t$  в соответствии с теоремой Котельникова.

Сравнивая устройства, схемы которых изображены на рис. IV.5 и IV.6, можно убедиться, что время установления последнего меньше и потенциально близко ко времени установления обычного стробоскопического преобразователя. Действительно, в схеме рис. IV.6 количество отсчетов не сказывается на времени установления каждой линии задержки; кроме того, из-за отсутствия взаимного влияния соседних смесителей минимальный шаг считывания (IV.41) не ограничен. Взаимное влияние линий задержки можно исключить, выбрав минимальное расстояние смесителя от начала линии достаточно большим, чтобы отражения от начала линии имели место лишь после достижения передним фронтом сигнала наиболее удаленного смесителя.

Влияние различных факторов на погрешность преобразования можно оценить, пользуясь результатами, полученными в гл. V.

Сигнал непосредственно на выходе дискретного преобразователя имеет вид последовательности модулированных по амплитуде импульсов. Для получения его в аналоговой форме на выходе преобразователя можно использовать фильтр нижних частот, либо аппроксимировать этот сигнал любым образом, в зависимости от конкретных требований (например, при помощи отрезков прямой линии, соединяющих дискретные отсчеты). При анализе погрешностей преобразования необходимо учитывать вид выбранной аппроксимации.

Характерной особенностью структурной схемы рис. IV.5 является немонотонная зависимость между количеством отсчетов и погрешностью преобразования. Действительно, увеличение количества отсчетов, с одной стороны, уменьшает погрешность дискретизации входного сигнала при повышении крутизны его фронтов, а с другой стороны, увеличивает погрешность передачи его формы из-за отражений в линии задержки и сужения ее полосы пропускания.

Следовательно, имеется оптимальное количество отсчетов, минимизирующее погрешность преобразования при действии этих факторов. Этот оптимум определяется точкой пересечения зависимостей погрешностей передачи сигнала от числа дискретных отсчетов (независимо от линии задержки) и от количества смесителей в линии задержки. Он, очевидно, различен для разных форм сигналов. Влияние отражений на погрешность преобразования можно оценить, зная распределение и изменение во времени напряжений на смесителях (выходных напряжений участков линии рис. IV.9), так как мгновенные значения этих напряжений в момент стробирования определяют форму преобразованного сигнала.

Изменение напряжения во времени на  $i$ -м смесителе при заданном количестве смесителей  $N$  можно определить из выражения  $U_i(p) = K_i(p) E(p)$  или

$$U_i(p) = U_{i-1}(p) \frac{[1 + \Gamma_i(p)] e^{-p\Delta t}}{1 + \Gamma_i(p) e^{-2p\Delta t}} = \\ U_{i-1}(p) [1 + \Gamma_i(p)] e^{-p\Delta t} [1 - \Gamma_i(p) e^{-2p\Delta t} - \dots - \\ - \Gamma_i^n(p) e^{-2pn\Delta t} - \dots], \quad i \geq 2. \quad (\text{IV.53})$$

Изменение напряжения  $u_i(t)$  нас интересует лишь в интервале времени  $0 \leq t \leq t_1 + (N-1)\Delta t$ , за которое входной сигнал достигает последнего смесителя.

Если  $u_{\text{вх}}(t)$  — единичный скачок,  $Z_i(p) = 1/pC_{\text{д}}$ ,  $t_1 = \Delta t$ , то в момент считывания напряжения на смесителях равны [62]

$$u_i \approx 1 - e^{-\alpha_i} \left( 1 + \sum_{n=1}^{N-1} \frac{\alpha_i^n}{n!} \right) - i \sum_{n=1}^{N-i} \beta_i^{i+2n-1} \frac{e^{-\beta_i}}{(i+2n-1)!} +$$

$$+ (i-1) \sum_{n=1}^{N-i} \frac{\beta_i^{i+2n-2} e^{-\beta_i}}{(i+2n-2)!} +$$

$$+ \sum_{n=N-i+1}^{N-1} (N-n) \left\{ \frac{\beta_i^{i+2n-2}}{(i+2n-2)!} - \frac{\beta_i^{i+2n-1}}{(i+2n-1)!} \right\} e^{-\beta_i}, \quad (\text{IV.54})$$

где

$\alpha_i = 2(N-i)\Delta t/C_{\text{д}}\rho$ ,  $\beta_i = 2(N-i-2n)/C_{\text{д}}\rho$  при  $i \neq N$ ;  
 $\beta_i = 0$  при  $2n > N-i$ ;  $\alpha_i = 2t_{\text{н}}/C_{\text{д}}\rho$ ,  $\beta_i = 0$  при  $i = N$ .

Из рис. IV.11 и IV.12 видно, что увеличение числа смесителей приводит к большей изрезанности вершины

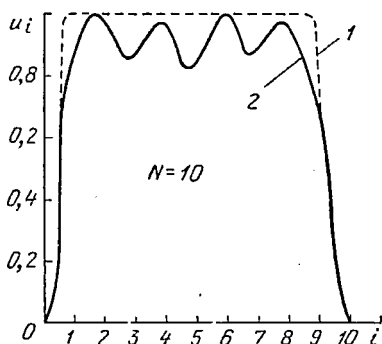


Рис. IV.11. Распределение напряжений на смесителях для прямоугольного импульса при  $N = 10$ ,  $C_{\text{д}} = 0,2$  пФ,  $\rho = 75$  ом;  $t_1 = \Delta t$ :

- 1)  $\Delta t = 0,2$  нс;
- 2)  $\Delta t = 0,08$  нс.

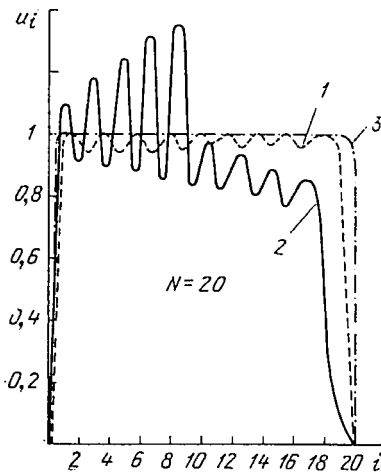


Рис. IV.12. Распределение напряжений на смесителях для прямоугольного импульса при  $N = 20$ ,  $C_{\text{д}} = 0,2$  пФ,  $\rho = 75$  ом;  $t_1 = \Delta t$ :

- 1)  $\Delta t = 0,2$  нс;
- 2)  $\Delta t = 0,08$  нс;
- 3)  $\Delta t = 0,4$  нс.

импульса, увеличение шага считывания при том же количестве смесителей уменьшает искажение плоской части импульса. Рис. IV.12 позволяет утверждать, что при преобразовании временного масштаба трапецеидальных импульсов с длительностью фронтов 0,3 нс и более можно получить погрешность около 7% при 20 дискретных отсчетах (что для данного  $\Delta t$  определяет допустимую длительность второго сигнала) и  $C_{др} \approx 15$ пс.

Уменьшение паразитной емкости диода  $C_d$  при том же значении  $\Delta t$  позволяет увеличить количество дискретных отсчетов сигнала, т. е. уменьшает погрешность, связанную с отражениями. Действительно, при  $C_d \rightarrow 0$   $\Gamma_i(p) \rightarrow 0$ . Поэтому весьма актуальной задачей является как разработка полупроводниковых диодов с минимально возможными значениями паразитных параметров, так и способов компенсации этих параметров в линии задержки [71].

Если в преобразователе шаг считывания регулируется за счет неодновременного стробирования в различных точках линии задержки, то из выражения (IV.53) можно определить моменты стробирования в этих точках, соответствующие наименьшим искажениям из-за отражений. Тогда под  $\Delta t$  подразумевается не истинный шаг считывания, зависящий от моментов стробирования, а время задержки на отрезке линии между двумя соседними смесителями. Даже из качественного рассмотрения процесса распространения сигнала в линии задержки видно, что для уменьшения погрешности шаг считывания должен быть не кратен времени задержки на отрезке линии между соседними смесителями. Однако ограниченное шага считывания (IV.41) при этом остается в силе.

Помимо отражений в линии задержки, являющихся основным источником систематической погрешности преобразования в структурной схеме рис. IV.5, в дискретном преобразователе имеет место случайная погрешность из-за разброса и временной нестабильности параметров каналов преобразователя. Эта погрешность характерна как для схемы рис. IV.5, так и для схемы рис. IV.6, причем с увеличением количества каналов (т. е. отсчетов) ее величина возрастает.

Как уже было сказано, в схеме рис. IV.6 увеличение количества отсчетов не приводит к увеличению отражений в линии задержки и обуславливает монотонное уменьшение погрешности преобразования. Однако уве-

личение количества отсчетов, т. е. числа линий задержки, связано со значительными конструктивными усложнениями и, в первую очередь, с вопросом согласования низкоомного входа линий задержки с источником исследуемого сигнала, а также вызывает уменьшение чувствительности из-за разветвления мощности по каналам и рост погрешности преобразования из-за разброса параметров отдельных каналов.

Таким образом, с точки зрения погрешности рассмотренные дискретные преобразователи практически пригодны для преобразования временного масштаба однократных наносекундных импульсов, форма которых может быть удовлетворительно передана относительно небольшим количеством дискретных отсчетов, а длительность самих импульсов соизмерима с временем нарастания их фронтов.

Максимальная амплитуда входного сигнала и предельная чувствительность в дискретном преобразователе примерно такие же, как и в обычном стробоскопическом преобразователе (для схемы рис. IV.6 имеется в виду сигнал непосредственно после разветвителя). Однако на практике чувствительность в значительной степени определяется разбросом и нестабильностью параметров отдельных каналов.

Коэффициент трансформации дискретных преобразователей может быть получен очень большим (порядка десятков и сотен тысяч). Его максимальная величина ограничивается лишь достижимыми максимальными значениями постоянных времени цепи разряда накопительных конденсаторов, которые в свою очередь определяют минимально допустимую скорость считывания дискретных значений преобразованного сигнала.

В литературе имеется незначительное количество работ, посвященных описанию конструктивных особенностей дискретных преобразователей или их экспериментальному исследованию [22--24, 64]. Лучший экспериментальный результат получен в работе [24]: количество дискретных отсчетов — 40, полоса пропускания — около 3 ГГц, чувствительность — десятки милливольт. Устройство представляет собою комбинацию линий задержки с отводами и параллельных линий задержки. Оно состоит из четырех 50-омных линий, в каждую из которых включено 10 смесителей с временным расстоянием между ними 90 пс. Одна пара линий соединена параллельно входу относительно сигнала, причем временной сдвиг

одной линии относительно другой равен 45 нс. Вторая пара линий совершенно аналогична и сдвинута относительно первой пары на ее время задержки, т. е. на 0,9 нс. Обе пары линий соединены параллельно входу относительно сигнала, который поступает на вход устройства через дополнительную линию с временем задержки 0,5 нс. Каждая линия на выходе нагружена на сопротивление 50 Ом. Вся система согласована с выходным сопротивлением генератора (50 Ом). Во избежание просачивания стробимпульса в систему смесители выполнены в виде балансных (двухдиодных) схем, на каждую из которых поступает пара двухполярных стробимпульсов с длительностью 80 нс и амплитудой 3 В.

Как нетрудно заметить, благодаря взаимному временному сдвигу линий внутри каждой пары шаг считывания стал равным 45 нс, а благодаря взаимному временному сдвигу между парами линий допустимая длительность исследуемых сигналов увеличилась до 1,8 нс.

Несмотря на то, что в настоящее время основное внимание уделяется разработке дискретных преобразователей однократных сигналов, можно утверждать, что с точки зрения ширины полосы пропускания аналоговые преобразователи более перспективны.

## Глава V

### ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВРЕМЕННОГО МАСШТАБА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

#### 1. Погрешности преобразования из-за неидеальности амплитудно- и фазочастотной характеристик преобразователя

Каждому из методов преобразования наносекундных импульсов, независимо от его реализации, свойственны доминирующие факторы, определяющие его погрешность. Для стробоскопического метода это ограниченная ширина спектра крутизны и временные нестабильности; для гетеродинного метода — ограниченное число гармоник, синтезирующих преобразованный сигнал; для

дискретного преобразования однократных импульсов — ограниченный шаг считывания и частотная характеристика линии задержки; для аналогового преобразования однократных импульсов — частотная характеристика систем с распределенными параметрами.

Рассмотрим влияние различных факторов на погрешность преобразования. Как показано в гл. I, реальная передаточная функция обобщенной эквивалентной схемы преобразователя имеет вид (I.5). Определим погрешность, вызванную неидеальностью амплитудно- $K(\omega)$  (АЧХ) и фазочастотной  $\varphi(\omega)$  (ФЧХ) характеристик преобразователя. Пусть на вход подан сигнал

$$u_{\text{вх}}(t) = \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m \cos(m\omega_c t - \theta_m). \quad (\text{V.1})$$

В результате линейных искажений, связанных с неидеальностью АЧХ и ФЧХ преобразователя, выходной сигнал примет вид

$$u_{\text{вых}}(t) = \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m K_m \cos\left(\frac{m\omega_c t}{q_T} - \theta_m + \varphi_m\right), \quad (\text{V.2})$$

где  $K_m$  и  $\varphi_m$  — значения модуля и аргумента  $K(j\omega)$  для  $m$ -й гармоники сигнала,  $q_T$  — коэффициент трансформации.

Проведем нормировку выходного напряжения относительно временного масштаба входного сигнала, амплитуды и начальной фазы первой гармоники. Тогда приведенный выходной сигнал будет иметь вид

$$u'_{\text{вых}}(t) = A_1 \cos(\omega_c t - \theta_1) + \sum_{m=2}^{m_{\text{макс}}} A_m \times \\ \times \frac{K_m}{K_1} \cos(m\omega_c t - \theta_m + \varphi_m - m\varphi_1). \quad (\text{V.3})$$

Если  $K_m/K_1 = 1$ ,  $\varphi_m = m\varphi_1$ , что соответствует равномерности АЧХ и линейности ФЧХ, то погрешность преобразования отсутствует.

Оценим средний квадрат относительной погрешности за период повторения входного сигнала  $T_c$  при условии  $K_m/K_1 \neq 1$  и  $\varphi_m \neq m\varphi_1$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ср отн}}^2 &= \frac{\int_0^{T_c} [u_{\text{вх}}(t) - u'_{\text{вых}}(t)]^2 dt}{\int_0^{T_c} u_{\text{вх}}^2(t) dt} = \\ &= \frac{1}{\sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m^2} \sum_{m=2}^{m_{\text{макс}}} A_m^2 \left[ \left(1 - \frac{K_m}{K_1}\right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 4 \frac{K_m}{K_1} \sin^2 \frac{\varphi_m - m\varphi_1}{2} \right]. \quad (\text{V.4}) \end{aligned}$$

Полученный результат можно распространить и на непериодические сигналы, если (V.4) представить в интегральной форме:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ср отн}}^2 &= \frac{1}{\int_0^{\infty} F^2(\omega) d\omega} \int_0^{\infty} F^2(\omega) \left\{ \left[1 - \frac{K(\omega)}{K(0)}\right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + 4 \frac{K(\omega)}{K(0)} \sin^2 \frac{\varphi(\omega) - \omega t_0}{2} \right\} d\omega, \quad (\text{V.5}) \end{aligned}$$

где  $F(\omega)$  — амплитудный спектр входного сигнала,  $K(\omega)/K(0)$  — нормированная АЧХ преобразователя,  $\varphi(\omega)$  — ФЧХ,  $t_0$  — групповое запаздывание на частотах, близких к нулю. Таким образом, средний квадрат погрешности преобразования зависит от АЧХ и ФЧХ преобразователя и от амплитудного спектра входного сигнала.

Полученные формулы позволяют оценить погрешность преобразования также в случаях, когда лишь одна из частотных характеристик является неидеальной. Формулы (V.4) и (V.5) пригодны для определения среднего квадрата погрешности преобразования в любых преобразователях, в том числе дискретных, так как передаточная функция (1.5) справедлива для обобщенной экви-



валентной схемы. Однако для этой цели необходимо передаточную функцию реального преобразователя выразить в виде (I.5), что иногда представляет трудности. Поэтому далее будут рассмотрены некоторые наиболее важные частные случаи определения погрешности преобразования, возникающей из-за действия различных факторов, приводящих к неидеальности АЧХ и ФЧХ преобразователя, например, из-за конечной длительности стробимпульсов, конечной величины шага считывания и др.

Важно отметить, что формулы (V.4) и (V.5) непосредственно применимы к преобразователям, использующим параметрические системы с распределенными параметрами.

## 2. Погрешность стробоскопического преобразователя из-за ограниченной ширины спектра крутизны преобразования

Ограниченность ширины спектра крутизны  $S(t)$  обусловлена тем, что стробимпульс не является бесконечно коротким и смесительный диод нельзя считать безынерционным.

Погрешность преобразования из-за ограниченности спектра симметричной во времени функции  $S(t)$  при идеальном фильтре нижних частот на выходе преобразователя, по аналогии с (V.4) при  $\varphi_m = m\varphi_1$ , равна

$$\sigma_{\text{ср отн}}^2 = \frac{1}{\sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m^2} \sum_{m=2}^{m_{\text{макс}}} A_m^2 \left(1 - \frac{S_m}{S_1}\right)^2, \quad (\text{V.6})$$

где  $S_m$  — крутизна преобразования для  $m$ -й гармоники входного сигнала.

Если смесительный диод полагать безынерционным, то для ряда конкретных случаев отношение  $S_m/S_1$  можно определить по его вольт-амперной характеристике и форме стробимпульса. Так, при линейно-ломаной аппроксимации вольт-амперной характеристики диода из (II.25 а) находим

$$S_m/S_1 = \sin 0,5m\omega_c t_n / m \sin 0,5\omega_c t_n, \quad (\text{V.7})$$

где  $\omega_c$  — частота повторения сигнала.

При квадратичной аппроксимации вольт-амперной характеристики отношение  $S_m/S_1$  вычисляется из выражения для огибающей спектра стробимпульса, т. е. зависит от его формы. Для треугольных стробимпульсов

$$\frac{S_m}{S_1} = \left( \sin \frac{m\omega_c t_H}{4} / m \sin \frac{\omega_c t_H}{4} \right)^2. \quad (V.8)$$

Очевидно, в случае (V.8) погрешность преобразования меньше, чем в (V.7). Пользуясь выражениями (V.1) и (V.3), можно определить мгновенную погрешность

$$\varepsilon(t) = u_{\text{вх}}(t) - u'_{\text{вых}}(t), \quad (V.9)$$

а также максимальную относительную погрешность преобразования

$$\varepsilon_{\text{макс отн}} = \varepsilon(t)_{\text{макс}} / U_{\text{макс}}, \quad (V.10)$$

где  $U_{\text{макс}}$  — амплитуда входного сигнала.

Мгновенную погрешность преобразования в момент стробирования можно определить также по формуле [46]

$$\varepsilon(t) = u_{\text{вх}}(t) - k \int_{t-t_H/2}^{t+t_H/2} u_{\text{вх}}(t) S(t) dt, \quad (V.11)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности (нормирующий множитель).

Для прямоугольного стробимпульса, в пределах его длительности,  $S(t) = S_{\text{макс}}$  и  $k = 1/t_H S_{\text{макс}}$ , т. е.

$$\varepsilon(t) = u_{\text{вх}}(t) - \frac{1}{t_H} \int_{t-t_H/2}^{t+t_H/2} u_{\text{вх}}(t) dt. \quad (V.12)$$

Максимальную погрешность следует ожидать в характерных точках входного импульса, для передачи которых требуется наибольшее количество гармоник и в которых наиболее резко нарушается непрерывность функции, описывающей импульс, или ее производной. Например, для входного импульса в виде равнобедренного треугольника эта погрешность имеет место на его вершине и равна

$$\varepsilon_{\text{макс отн}} = t_H / 2\tau_{\text{вх}}, \quad (V.13)$$

где  $\tau_{\text{вх}}$  — длительность импульса у его основания.

### 3. Погрешность преобразования из-за ограниченного шага считывания

Эта погрешность имеет место всегда при пользовании теоремой Котельникова. Действительно, при выборе шага считывания  $\Delta t$  спектр входного сигнала предполагается ограниченным какой-то верхней частотой  $\omega_B$ . Однако известно, что сигналы конечной длительности имеют неограниченный спектр. Кроме того, в некоторых преобразователях, например дискретных преобразователях однократных импульсов, шаг считывания невозможно сделать необходимой величины из-за практических ограничений.

При использовании на выходе преобразователя идеального фильтра нижних частот и отсутствии других искажений оценка погрешности преобразования из-за конечной величины  $\Delta t$  может быть найдена аналогично тому, как это делается при оценке погрешности дискретизации [44]:

$$\frac{F^2(\omega)}{\int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{BX}}^2(t) dt} \ll \sigma_{\text{ср отн}}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} [u_{\text{BX}}(t) - u'_{\text{ВВХ}}(t)]^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{BX}}^2(t) dt} \ll$$

$$\ll (3 + Q) \frac{F^2(\omega)}{\int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{BX}}^2(t) dt}, \quad (\text{V.14})$$

где  $u'_{\text{ВВХ}}(t)$  — выходное напряжение преобразователя, приведенное к одинаковым значениям амплитуды и длительности с входным сигналом  $u_{\text{BX}}(t)$ ,

$$F^2(\omega) = \int_{-\infty}^{-\omega_B} U_{\text{BX}}^2(\omega) d\omega + \int_{\omega_B}^{\infty} U_{\text{BX}}^2(\omega) d\omega,$$

$$Q = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\frac{\int_{(2m+1)\omega_B}^{\infty} U_{\text{BX}}^2(\omega) d\omega}{\int_{\omega_B}^{\infty} U_{\text{BX}}^2(\omega) d\omega}}, \quad (\text{V.15})$$

$\omega_B$  — верхняя частота в спектре входного сигнала (обусловленная выбранным шагом считывания),  $U_{вх}(\omega)$  — амплитудный спектр входного сигнала.

Во многих практических случаях  $Q < 1$  и коэффициент в правой части выражения (V.14) может быть принят равным четырем. Выражение для оценки мгновенной погрешности имеет вид

$$\varepsilon(t) \leq \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \int_{-\infty}^{-\omega_B} + \int_{\omega_B}^{\infty} \right) U_{вх}(\omega) d\omega. \quad (V.16)$$

#### 4. Погрешность преобразования при кусочно-линейном восстановлении сигнала

Этот случай соответствует аппроксимации сигнала отрезками прямой линии, соединяющими соседние дискретные значения. Абсолютное значение максимальной погрешности при этом равно

$$\varepsilon_{\text{макс абс}} = \left[ \frac{d^2 u(t)}{dt^2} \right]_{\text{макс}} \frac{\Delta t^2}{8}. \quad (V.17)$$

Определим средний квадрат погрешности при кусочно-линейной аппроксимации. Из рис. V.1 очевидно отношение

$$|u_{i-1}(t) - u(t_{i-1})| / [u(t_i) - u(t_{i-1})] = (t - t_{i-1}) / \Delta t, \quad (V.18)$$

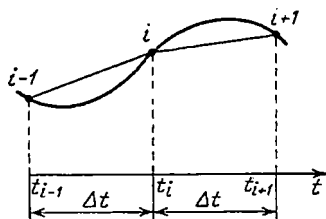


Рис. V.1. Кусочно-линейная аппроксимация сигнала.

где  $u_{i-1}(t)$  — мгновенное значение напряжения при  $t_{i-1} \leq t \leq t_i$ . Отсюда

$$u_{i-1}(t) = u(t_{i-1}) + [u(t_i) - u(t_{i-1})](t - t_{i-1}) / \Delta t. \quad (V.19)$$

Аналогично

$$u_{i+1}(t) = u(t_i) + [u(t_{i+1}) - u(t_i)](t - t_i) / \Delta t, \quad (V.20)$$

где  $u_{i+1}(t)$  — мгновенное значение напряжения при  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ .

Относительное значение среднего квадрата погрешности в течение любого отрезка сигнала  $T$  равно

$$\sigma_{\text{ср отн}}^2 = \frac{1}{\int_0^T u^2(t) dt} \left[ \sum_{i=1}^N \left\{ \int_{t_i - \Delta t/2}^{t_i} [u(t) - u_{i-1}(t)]^2 dt + \int_{t_i}^{t_i + \Delta t/2} [u(t) - u_{i+1}(t)]^2 dt \right\} \right], \quad (\text{V.21})$$

где значения  $u_{i-1}(t)$  и  $u_{i+1}(t)$  определяются из (V.19) и (V.20),  $N$  — количество выборок, содержащихся в выбранном отрезке сигнала.

## 5. Погрешность преобразования при ступенчатообразном восстановлении сигнала

В стробоскопических преобразователях весьма часто производится расширение импульсов, соответствующих дискретным значениям сигнала. В результате образуется последовательность прямоугольных импульсов с амплитудами, пропорциональными соответствующим дискретным значениям сигнала, и длительностью, равной интервалу времени между двумя выборками (т. е. равной шагу считывания преобразованного сигнала).

Определим погрешность, возникающую при аппроксимации сигнала ступенчатой линией (рис. V.2). Примем, что середины ступенек совпадают с дискретными значениями сигнала, а длительности ступенек равны шагу считывания.

Максимальная абсолютная погрешность, возникающая при такой аппроксимации, равна половине максимальной высоты ступеньки. Если длительность фронта  $t_{\text{ф}}$  входного сигнала существенно больше собственного времени установления преобразователя, то, как нетрудно убедиться из рис. V.3, максимальная относительная погрешность равна

$$\epsilon_{\text{макс отн}} = \frac{U_{\text{макс}} t_1 / t_{\text{ф}} - U_{\text{макс}} t_0 / t_{\text{ф}}}{U_{\text{макс}}} = \frac{t_1 - t_0}{t_{\text{ф}}} = \frac{\Delta t}{2t_{\text{ф}}}, \quad (\text{V.22})$$

где  $\Delta t$  — шаг считывания,  $t_1$  — момент времени, соответствующий максимальной погрешности,  $t_{\Phi}$  — длительность фронта входного сигнала между уровнями 0—100% его амплитуды.

Оценим средний квадрат погрешности из-за ступенчатой аппроксимации сигнала. Выделим из сигнала

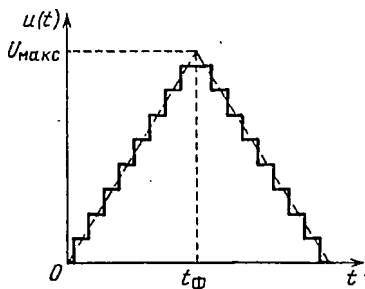


Рис. V.2. Аппроксимация сигнала ступенчатой линией.

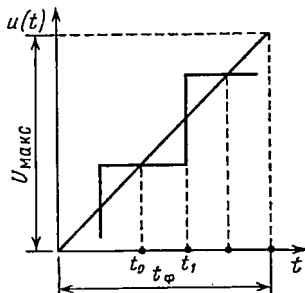


Рис. V.3. Определение максимальной погрешности при ступенчатом восстановлении сигнала.

окрестность какой-либо  $i$ -й выборки. Мгновенное значение погрешности в интервале времени  $t_0 - \Delta t/2 \leq t \leq t_0 + \Delta t/2$  равно  $\varepsilon(t) = u(t) - u(t_0)$ , а относительное значение среднего квадрата погрешности в течение любого отрезка сигнала  $T$  равно

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ср отн}}^2 &= \frac{\sum_{l=1}^N \int_{t_l - \Delta t/2}^{t_l + \Delta t/2} \varepsilon^2(t) dt}{\int_0^T u^2(t) dt} = \\ &= \frac{1}{\int_0^T u^2(t) dt} \left[ \int_0^T u^2(t) dt - \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{l=1}^N \int_{t_l - \Delta t/2}^{t_l + \Delta t/2} u(t) u(t_l) dt + \sum_{l=1}^N u^2(t_l) \Delta t \right]. \quad (\text{V.23}) \end{aligned}$$

Проиллюстрируем полученные результаты на примере ступенчатой аппроксимации некоторых распространенных сигналов.

1. Пусть входной импульс имеет форму равнобедренного треугольника с длительностью у основания  $\tau_{вх}$ . Тогда максимальная относительная погрешность согласно (V.22) равна

$$\epsilon_{\text{макс отн}} = \Delta t / \tau_{вх}. \quad (\text{V.24})$$

Относительное значение среднего квадрата погрешности, вычисленное по формуле (V.23) при  $T = \tau_{вх}$  и в предположении, что на интервале  $\tau_{вх}$  вмещается четное количество дискретных отсчетов, симметрично расположенных относительно вершины импульса, причем точки  $t = 0$  и  $t = \pm \tau_{вх}/2$  не попадают ни в одну из ступенек, равно

$$\sigma_{\text{ср отн}}^2 = \Delta t^2 / \tau_{вх}^2, \quad (\text{V.25})$$

$$\sigma_{\text{ср отн}} = \Delta t / \tau_{вх}. \quad (\text{V.26})$$

2. Пусть входной импульс имеет форму равнобедренной трапеции с длительностью у основания  $\tau_{вх}$  и длительностью фронтов  $t_{\phi}$  (между уровнями 0—100% амплитуды импульса). Тогда

$$\epsilon_{\text{макс отн}} = 0,5 \Delta t / t_{\phi}, \quad (\text{V.27})$$

$$\sigma_{\text{ср отн}}^2 = \Delta t^2 / 2t_{\phi} (3\tau_{вх} - 4t_{\phi}), \quad (\text{V.28})$$

$$\sigma_{\text{ср отн}} = \Delta t \sqrt{1/2t_{\phi} (3\tau_{вх} - 4t_{\phi})}. \quad (\text{V.29})$$

Таким образом, в обоих примерах погрешность преобразования, как по критерию максимальной погрешности, так и по критерию средней квадратической погрешности, пропорциональна величине шага считывания.

## 6. Погрешность преобразования периодического сигнала из-за представления его конечным количеством гармоник

Эта погрешность имеет место в тех методах преобразования, в которых для формирования выходного (преобразованного) сигнала используются избирательные фильтры, например, в гетеродинном методе.

Как и ранее, при вычислении погрешностей преобразования следует нормировать входной и выходной сигналы, чтобы привести их к одинаковому амплитудному и временному масштабам, учитывая, что в гетеродинном преобразователе в случае индекса выборки  $b_{и} > 1$  (см. гл. I, II), изменяется не только временной масштаб, но и скважность выходного сигнала. Поэтому при нормировке для получения одинаковой скважности входного и выходного сигналов необходимо выбрать период повторения входного сигнала равным  $T_{\text{эКВ}} = T_{\text{вх}} / b_{и}$ , где  $T_{\text{вх}}$  — истинный период повторения входного сигнала.

Погрешность преобразования по критерию среднего квадрата за интервал  $T_{\text{ЭКВ}}$ . Пусть периодический входной сигнал имеет неограниченный спектр. Тогда

$$\sigma_{\text{ср отн}}^2 = 1 - \frac{A_0^2/4 + \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} A_m^2}{A_0^2/4 + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^2}, \quad (\text{V.30})$$

где  $A_0$  и  $A_m$  — коэффициенты косинусоидального ряда Фурье,  $m_{\text{макс}}$  в гетеродинном методе равно количеству гармоник в спектре преобразованного сигнала, т. е. числу избирательных фильтров (каналов УПЧ)  $\rho_m$ .

Функция  $\sigma_{\text{ср отн}}^2$  имеет монотонно убывающий характер с ростом  $\rho_m$ . Так как в гетеродинном методе увеличение индекса выборки  $b_n$  при заданной верхней частоте в спектре входного сигнала требует меньшей величины  $\rho_m$ , то средний квадрат погрешности при этом уменьшается независимо от формы входного сигнала. Следовательно, оптимальная скважность выходного (преобразованного) сигнала, обеспечивающая при данной величине  $\rho_m$  минимальное значение  $\sigma_{\text{ср отн}}^2$ , соответствует максимально возможной величине  $b_n$ , т. е. равна единице. При увеличении  $\rho_m$  погрешность уменьшается.

**Максимальная погрешность преобразования.** Критерий максимальной погрешности при наличии осциллограммы сигнала позволяет крайне просто измерить эту погрешность. Однако аналитическое определение максимальной погрешности в зависимости от количества членов усеченного ряда Фурье в общем виде крайне затруднительно. Поэтому ограничимся рассмотрением ряда распространенных сигналов, характеризующихся точками нарушения непрерывности производной или функции, в которых, независимо от количества гармоник и скважности, имеет место максимальная погрешность.

Из анализа видно, что максимальная относительная погрешность  $\epsilon_{\text{макс отн}}$  при воспроизведении импульсов в виде равнобочной трапеции, равнобедренного треугольника и усеченной синусоиды имеет близкое к минимуму значение независимо от количества гармоник  $\rho_m$ , если скважности преобразованных сигналов, измеренные на уровне половины амплитуды, равны двум. Значение этого минимума уменьшается при увеличении  $\rho_m$ . Для всех рассмотренных сигналов получение указанной оптимальной скважности соответствует выделению из спектра входного сигнала (подбором величины  $b_n$ ) гармонических составляющих с частотами, кратными  $f_0/2$ , где  $f_0$  — частота первого нуля огибающей спектральной плотности: для трапецидального импульса  $f_0 = 1/2(\tau_{\text{вх}} - t_{\text{ф}})$ , для треугольного импульса  $f_0 = 2/\tau_{\text{вх}}$ , для синусоидального импульса  $f_0 = 3/2\tau_{\text{вх}}$ , где  $\tau_{\text{вх}}$  — длительность импульса у основания,  $t_{\text{ф}}$  — длительность фронтов между уровнями 0—100% амплитуды импульса. При уменьшении отношения  $\tau_{\text{вх}}/t_{\text{ф}}$  погрешность преобразования трапецидального импульса уменьшается.

Для сигналов, не имеющих явно выраженных нулей в спектре, можно рекомендовать выделение составляющих с частотами, крат-



ными  $1/\tau_{\text{вх}}$ , так как при этом для передачи формы выходного сигнала требуется наименьшее количество составляющих и погрешность преобразования по критерию среднего квадрата за интервал  $T_{\text{Экв}}$  имеет минимальное значение.

## 7. Случайные погрешности преобразования

Случайные погрешности преобразования вызываются случайными изменениями модуля и аргумента передаточной функции преобразователя и аддитивными шумами как внешними, так и внутренними.

С точки зрения отдельной оценки погрешностей преобразования из-за различных случайных помех математическую модель преобразователя целесообразно представить в виде рис. V.4 [51], на котором 1 — блок

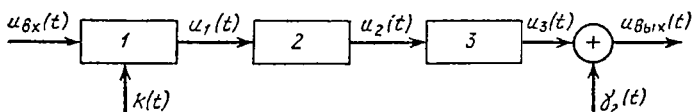


Рис. V.4. Математическая модель преобразователя.

идеального перемножения входного сигнала  $u_{\text{вх}}(t)$  на коэффициент передачи смесителя  $k(t)$ , 2 — линейный фильтр с постоянными параметрами и комплексным коэффициентом передачи  $H(j\omega)$ , учитывающий частотные искажения и наличие каких-либо фильтров в реальном преобразователе, 3 — безынерционный блок изменения временного масштаба с импульсной характеристикой  $\delta[\xi(t) - \tau]$ , где в идеальном случае  $\xi(t) = t/q_{\text{т}}$ . Эта модель отражает физические процессы, имеющие место во всех преобразователях (в некоторых в неявном виде) [51].

В дискретных преобразователях в блоке 1 осуществляется дискретизация сигнала, блок 2 учитывает инерционность смесителя, а также расширение выборок — дискрет, в блоке 3 происходит изменение временного расстояния между дискретами. Для общности модели необходимо считать, что дискретизация сигнала в стробоскопических преобразователях, как и в преобразователях однократных сигналов, происходит за один его период.

В аналоговых преобразователях однократных сигналов блок 1 отсутствует, т. е.  $k(t) = 1$ . Однако его можно

учитывать, приписав ему амплитудные нестабильности, если они имеют место.

В гетеродинных преобразователях для выделения преобразованного (расширенного) сигнала используется гребенчатый фильтр, т. е. блок 3 отсутствует. Однако этому блоку можно приписать все фазовые нестабильности преобразователя.

В общем случае, при наличии помех  $u_{\text{вх}}(t) = x(t) + \gamma_1(t)$ ,  $k(t) = k_0(t) + k_{\sim}(t)$ ,  $\xi(t) = t/q_T + \xi_{\sim}(t)$ ,  $u_{\text{вых}}(t) = ax(t/q_T) + \varepsilon(t)$ , где первые слагаемые представляют собой регулярную (полезную) составляющую, а вторые — случайную составляющую, появившуюся из-за наличия внешних шумов и временных нестабильностей (амплитудных и фазовых флуктуаций) в схеме преобразователя,  $a$  — постоянное число.

Погрешность преобразования равна

$$\varepsilon(t) = u_{\text{вых}}(t) - ax(t/q_T). \quad (\text{V.31})$$

Если принять, что аддитивный шум на выходе преобразователя равен  $\gamma_2(t)$ , то согласно рис. V.4

$$\varepsilon(t) = u_3(t) + \gamma_2(t) - ax(t/q_T) = u_3(t) - z(t/q_T), \quad (\text{V.32})$$

$$z(t) = ax(t) - \gamma_2(q_T t). \quad (\text{V.33})$$

Для определения среднего квадрата погрешности преобразования найдем автокорреляционную функцию

погрешности  $\overbrace{\varepsilon(t) \cdot \varepsilon(t - \tau)}$ , а из нее при  $\tau = 0$  найдем интересующую нас величину  $\overbrace{\varepsilon^2(t)}$ :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_2(j\omega) e^{j\omega\xi(t)} d\omega - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z(j\omega) e^{j\omega t/q_T} d\omega, \quad (\text{V.34})$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(t - \tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_2(j\omega) e^{j\omega\xi(t - \tau)} d\omega - \\ &- \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z(j\omega) e^{j\omega(t - \tau)/q_T} d\omega, \end{aligned} \quad (\text{V.35})$$

где  $U_2(j\omega) = U_1(j\omega) \cdot H(j\omega)$ ;  $U_1(j\omega)$  и  $Z(j\omega)$  — комплексные спектры соответствующих функций.

Полагая, что  $\xi_{\sim}(t)$  — нормально распределенная стационарная случайная функция,

$$k_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{0n} e^{j2nt}, \quad (V.36)$$

$x(t)$ ;  $\gamma_1(t)$ ;  $k_{\sim}(t)$  — стационарные функции;  $\overline{k_{\sim}(t)} = 0$ ; функции  $x(t)$  и  $\gamma_2(t)$  некоррелированы между собой, можно написать [45]:

$$\begin{aligned} \overbrace{\varepsilon(t) \cdot \varepsilon(t - \tau)}^{\text{~~~~~}} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 [P_{\xi} - \psi_{\xi}(\tau)]} q_{\tau} \times \\ &\times \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} |K_{0n}|^2 [W_x(\omega + \Omega_n) + W_{\gamma_1}(\omega + \Omega_n)] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [W_x(u) + W_{\gamma_1}(u)] W_k(\omega - u) du \right\} \times \\ &\times H^2(\omega) e^{j\omega(\tau/q_{\tau})} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ q_{\tau} a^2 W_x(\omega) + \right. \\ &\left. + W_{\gamma_2}\left(\frac{\omega}{q_{\tau}}\right) \right] e^{j\omega\tau/q_{\tau}} d\omega - \\ &- \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-0,5\omega^2 P_{\xi}} 2q_{\tau} a K_{00} W_x(\omega) \operatorname{Re} H(j\omega) e^{j\omega\tau/q_{\tau}} d\omega, \quad (V.37) \end{aligned}$$

где  $P_{\xi}$  — мощность флуктуаций  $\xi_{\sim}(t)$ ,  $\psi_{\xi}(t)$  — автокорреляционная функция флуктуаций  $\xi_{\sim}(t)$ ,  $W_x$ ,  $W_{\gamma_1}$ ,  $W_{\gamma_2}$ ,  $W_k$  — энергетические спектры соответствующих функций,  $K_{00}$  — постоянная составляющая функции  $k_0(t)$ .

Если на выходе преобразователя используется фильтр с достаточно узкой полосой пропускания (фильтр нижних частот или гребенчатый фильтр), то из суммы смещенных энергетических спектров будет вырезаться лишь одна спектральная полоса, т. е. при  $n \geq 1$

$$\begin{aligned} |K_{0n}|^2 W_x(\omega + \Omega_n) H^2(\omega) &= 0 \\ \text{и } |K_{0n}|^2 W_{\gamma_1}(\omega + \Omega_n) H^2(\omega) &= 0. \end{aligned}$$

Тогда средний квадрат погрешности преобразования с учетом  $\psi_{\xi}(0) = P_{\xi}$  равен

$$\begin{aligned} \overbrace{\varepsilon^2(t)} &= \varepsilon(t) \varepsilon(t - \tau) |_{\tau=0} = \\ &= \frac{q_{\tau}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [K_{00}^2 H^2(\omega) + a^2] W_x(\omega) d\omega + \\ &+ \frac{cq_{\tau}K_{00}^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_{\tau_1}(\omega) H^2(\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_{\tau_1}\left(\frac{\omega}{q_{\tau}}\right) d\omega + \\ &+ \frac{q_{\tau}}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [W_x(u) + W_{\tau_1}(u)] W_k(\omega - u) du H^2(\omega) d\omega - \\ &- \frac{aq_{\tau}K_{00}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\omega^2}{2} P_{\xi}} W_x(\omega) \operatorname{Re} H(j\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (V.38)$$

Коэффициент  $c$  не равен единице лишь в случае, если спектр шума  $W_{\tau_1}$  шире спектра сигнала  $W_x$ , что приводит к перекрытию и суммированию соседних спектральных полос шума на выходе блока 1.

Формула (V.38) при  $K_{00}=1$  справедлива и для аналоговых преобразователей однократных сигналов, так как их выходное напряжение, несмотря на отсутствие в них узкополосного фильтра, представляет собой «чистый» преобразованный сигнал.

Из формулы (V.38) можно получить различные частные случаи, представляющие практический интерес.

Для иллюстрации применения формулы (V.38) и влияния различных факторов на погрешность преобразования рассмотрим пример. Пусть блок 2 представляет собой идеальный фильтр нижних частот с граничной частотой, равной ширине спектра сигнала  $\Omega_x$  (его коэффициент передачи в полосе пропускания равен единице),

$$W_{\tau_1}(\omega) = W_{\tau_1}(\text{const}); \quad W_{\tau_2}(\omega) = W_{\tau_2}(\text{const});$$

$$W_k(\omega) = \begin{cases} W_k(\text{const}) & \text{при } |\omega| \leq \Omega_k, \\ 0 & \text{при } |\omega| > \Omega_k, \quad \Omega_k < \Omega_x. \end{cases}$$

Тогда, учитывая, что  $W_x(\omega) = P_x/2\Omega_x$ ,  $W_{\Gamma_1} = P_{\Gamma_1}/2\Omega_x$ ,  $W_k = P_k/2\Omega_k$ , где  $P_x$ ,  $P_{\Gamma_1}$  и  $P_k$  — соответствующие мощности (дисперсии), получим

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\varepsilon^2(t)}}{\varepsilon^2} &= \frac{q_T}{2\pi} \int_{-\Omega_x}^{\Omega_x} \left\{ K_{00}^2 + a^2 - 2aK_{00}e^{-\frac{\omega^2}{2}P_\xi} \right\} W_x d\omega + \\ &+ \frac{q_T K_{00}^2}{2\pi} \int_{-\Omega_x}^{\Omega_x} W_{\Gamma_1} d\omega + \frac{q_T}{2\pi} \int_{-\Omega_x/q_T}^{\Omega_x/q_T} W_{\Gamma_2} d\omega + \\ &+ \frac{q_T}{2\pi} \int_{-\Omega_x}^{\Omega_x} \int_{\omega-\Omega_k}^{\omega+\Omega_k} (W_x + W_{\Gamma_1}) W_k du \times \\ &\times d\omega \leq \frac{q_T}{2\pi} P_x (K_{00}^2 + a^2) - \frac{q_T}{2\pi} P_x 2aK_{00} \left( 1 - \frac{\Omega_x^2 P_\xi}{6} \right) + \\ &+ \frac{q_T}{2\pi} K_{00}^2 P_{\Gamma_1} + \frac{1}{2\pi} P_{\Gamma_2} + \frac{q_T}{4\pi^2} (P_{\Gamma_1} + P_x) P_k, \end{aligned} \quad (V.39)$$

причем  $\Omega_x^2 P_\xi / 6 < 1$ .

Полезная мощность равна

$$P_{\text{пол}} = \frac{q_T}{2\pi} a^2 \int_{-\Omega_x}^{\Omega_x} W_x(\omega) d\omega = \frac{q_T}{2\pi} a^2 P_x.$$

Относительная погрешность оценивается соотношением

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\varepsilon^2}}{\varepsilon_{\text{отн}}^2} &= \frac{\overline{\varepsilon^2(t)}}{P_{\text{пол}}} \leq \frac{K_{00}^2 + a^2}{a^2} - 2 \frac{K_{00}}{a} \left( 1 - \frac{\Omega_x^2 P_\xi}{6} \right) + \\ &+ \frac{K_{00}^2}{a^2} \frac{P_{\Gamma_1}}{P_x} + \frac{1}{q_T} \frac{P_{\Gamma_2}}{a^2 P_x} + \frac{1}{2\pi} \frac{(P_x + P_{\Gamma_1}) P_k}{a^2 P_x}. \end{aligned} \quad (V.40)$$

Нас интересует лишь относительная погрешность передачи формы сигнала при любой его амплитуде, т. е. при любом коэффициенте  $a$ . Из равенства нулю производной  $\frac{\overline{\varepsilon^2}}{\varepsilon_{\text{отн}}^2}$  можно найти значение  $K_{00}/a$ , минимизирующее погрешность  $\frac{\overline{\varepsilon^2}}{\varepsilon_{\text{отн}}^2}$ . При этом минимальное значение относительного среднего квадрата погрешности, характеризующей искажения формы преобразованного сигнала, приблизительно равно

$$\frac{\overline{\varepsilon^2}}{\varepsilon_{\text{отн}}^2} \approx \frac{P_{\Gamma_1}}{P_x} + \frac{\Omega_x^2 P_\xi}{3} + \frac{P_{\Gamma_2}}{K_{00}^2} \frac{1}{q_T P_x} + \frac{1}{2\pi} \frac{P_k}{K_{00}^2}. \quad (V.41)$$

Как видно из (V.41), о влиянии аддитивных и мультипликативных помех на погрешность преобразования можно приближенно

судить по отношению мощностей сигнал/шум для соответствующей помехи. Влияние погрешности, обязанной своим происхождением временным нестабильностям, уменьшается при сужении спектра входного сигнала.

## 8. Оптимальный синтез стробоскопических преобразователей

Как уже известно, в преобразователях временного масштаба, особенно в дискретных, имеют место временные нестабильности (например дрожание стробимпульсов по амплитуде и фазе), приводящие к погрешности воспроизведения формы преобразованного сигнала. Поэтому задача оптимального синтеза преобразователей, в которых эта погрешность будет минимальна, является весьма актуальной. Ее решение в общем виде для любых преобразователей затруднительно. Однако исследования, проведенные совместно с Возбиным С. Ю., показывают, что для стробоскопических преобразователей она может быть решена с достаточной для практики точностью.

Рассмотрим случай, когда на входе стробоскопического преобразователя действует периодический сигнал  $x(t)$  с круговой частотой повторения  $\omega_c$  и аддитивный шум  $\gamma_1(t)$ , а стробимпульс имеет случайную амплитуду и фазовую нестабильность  $\xi_i$  ( $i$  — номер стробимпульса), причем фазовые нестабильности отдельных стробимпульсов статистически независимы и стационарны. Для упрощения анализа эффект временного расширения, осуществляемый в модели рис. IV.4 блоком З, учтем выбором частоты повторения стробимпульсов  $\Omega = (1 - 1/q_T)\omega_c$ . Тогда на выходе смесителя (блока I) появится напряжение

$$u_1(t) = [x(t) + \gamma_1(t)] \sum_{l=-\infty}^{\infty} k(t - 2\pi l/\Omega - \xi_l). \quad (V.42)$$

Если с помощью фильтра пропустить на выход преобразователя лишь гармоники  $\delta(\omega - m\omega_c/q_T)$ , то выходное напряжение станет равным

$$u_{\text{вых}}(t) = \sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} (\dot{A}_m + \dot{\gamma}_{1m}) \int_0^{\infty} F_k(j\omega - jm\omega_c) \times \\ \times H(j\omega) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \exp(j\omega - jm\omega_c)(2\pi l/\Omega + \xi_l) e^{j\omega t} d\omega, \quad (V.43)$$

где  $\dot{A}_m$  — комплексная амплитуда  $m$ -й гармоники входного сигнала,  $\dot{\gamma}_{1m}$  — комплексная амплитуда шумовой составляющей на  $m$ -й гармонике сигнала,  $F_k(j\omega)$  — спектр стробимпульса.

Средний квадрат погрешности преобразования равен

$$\overline{\varepsilon^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T m_{k, \gamma_{1, \xi}} [u_{\text{вых}}(t) - x(t/q_T)]^2 dt, \quad (\text{V.44})$$

где  $m_{k, \gamma_{1, \xi}}$  — математическое ожидание по указанным в индексе величинам.

Пропуская громоздкие выкладки, можно написать

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2_{\text{отн}}(t)} &= \frac{\overline{\varepsilon^2(t)}}{T} = \\ &= \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T x^2(t/q_T) dt}{\sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} \left\{ (A_m^2 + P_{\gamma_{1,m}}) \left| \dot{H} \left( -j \frac{m\omega_c}{q_T} \right) \right|^2 \times \right.} \\ &\quad \left. \frac{\overline{|\dot{F}_k(jm\Omega)|^2} - 2A_m^2 \overline{|\dot{F}_k(jm\Omega)|} \theta_{1\xi}(jm\Omega) \dot{H} \left( -j \frac{m\omega_c}{q_T} \right) + A_m^2 \right\}}{\sum_{m=m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} A_m^2}, \end{aligned} \quad (\text{V.45})$$

где  $\overline{P_{\gamma_{1,m}}}$  — мощность аддитивного шума на  $m$ -й гармонике входного сигнала,  $\theta_{1\xi}$  — характеристическая функция временных нестабильностей,  $\dot{F}_k$  и  $\dot{H}$  нормированы относительно максимального значения.

Из этого выражения можно вычислить оптимальное соотношение спектров

$$\begin{aligned} \overline{|\dot{F}_k(jm\Omega)|} \dot{H} \left( -j \frac{m\omega_c}{q_T} \right) &= \\ &= \frac{1}{1 + P_{\gamma_{1,m}}/A_m^2} \frac{\left( \overline{|\dot{F}_k(jm\Omega)|} \right)^2}{\left| \overline{|\dot{F}_k(jm\Omega)|} \right|^2} \theta_{1\xi}(jm\Omega), \end{aligned} \quad (\text{V.46})$$

при котором получается минимальная погрешность

$$\frac{\overset{\sim}{\varepsilon}_{\text{отн мин}}^2}{\varepsilon_{\text{отн мин}}^2} = \frac{\sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} A_m^2 \left\{ 1 - \frac{1}{1 + P_{\gamma, m}/A_m^2} \frac{|\overset{\circ}{F}_k(jm\Omega)|^2}{|\overset{\circ}{F}_k(jm\Omega)|^2} \right\} \times \sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} A_m^2 \times |\theta_{1\xi}(jm\Omega)|^2}{\sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} A_m^2} \quad (\text{V.47})$$

В реальном стробоскопическом преобразователе, использующем фильтр нижних частот, погрешность будет несколько больше, так как на его выход проходят шумовые составляющие, группирующиеся вокруг каждой из гармоник входного сигнала. Из формулы (V.46) можно получить различные частные случаи. Например, если в преобразователе основную роль играют фазовые нестабильности стробимпульсов, а остальными помехами можно пренебречь, то [61]

$$\overset{\circ}{F}_k(jm\Omega) \overset{\circ}{H} \left( -j \frac{m\omega_c}{q_T} \right) = \theta_{1\xi}(jm\Omega). \quad (\text{V.48})$$

При этом

$$\frac{\overset{\sim}{\varepsilon}_{\text{отн мин}}^2}{\varepsilon_{\text{отн мин}}^2} = \frac{\sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} A_m^2 \{ 1 - |\theta_{1\xi}(jm\Omega)|^2 \}}{\sum_{m=-m_{\text{макс}}}^{m_{\text{макс}}} A_m^2} \approx \approx 1 - \frac{1}{m_{\text{макс}}} \sum_{m=1}^{m_{\text{макс}}} |\theta_{1\xi}(jm\Omega)|^2. \quad (\text{V.49})$$

Полагая в формулах (V.46) и (V.47)  $\theta_{1\xi}(jm\Omega) = 1$ ,  $P_{\gamma, m} = 0$ , можно получить условие минимизации погрешности преобразования и величину этой погрешности при действии в преобразователе лишь мультипликативных помех, вызванных нестабильностью амплитуды стробимпульсов.



Если изменение амплитуды стробимпульсов не сопровождается изменением их формы, то в формулах (V.46) и (V.47) необходимо принять  $\overset{\circ}{F}_k(j\omega) = \overset{\circ}{F}_{k0}(j\omega) (1 + \gamma_k)$ , где  $\overset{\circ}{F}_{k0}(j\omega)$  — усредненное значение нормированного спектра стробимпульса,  $\gamma_k$  — вещественная случайная величина,  $\omega = m\Omega$ . Тогда при условии  $\overline{\gamma_k} = 0$

$$\overline{\overset{\circ}{F}_k(j\omega)} = \overset{\circ}{F}_{k0}(j\omega); \quad \frac{(\overline{\overset{\circ}{F}_k(j\omega)})^2}{|\overset{\circ}{F}_k(j\omega)|^2} = \frac{1}{1 + \overline{\gamma_k^2}}.$$

## 9. Нелинейные искажения преобразователя

Нелинейные искажения преобразователя будем оценивать коэффициентом гармоник  $\gamma_r$  при подаче на его вход гармонического сигнала  $u_{вх}(t) = A \cos \omega_c t$ .

Выходной сигнал преобразователя можно представить в виде ряда Тейлора

$$u_{вых}(t) = f(e_y) + \frac{\partial f(e_y)}{\partial u_{вх}} u_{вх}(t) + \\ + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(e_y)}{\partial u_{вх}^2} u_{вх}^2(t) + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 f(e_y)}{\partial u_{вх}^3} u_{вх}^3(t) + \epsilon, \quad (V.50)$$

где  $e_y(t)$  — управляющий сигнал,  $\epsilon$  — остальные члены ряда Тейлора.

Отбросив 1-й член правой части (V.50), как не содержащий полезной информации, и последний член ввиду его малости, а также учитывая  $\frac{\partial f(e_y)}{\partial u_{вх}} = K(t)$ , получим,

$$u_{вых}(t) \approx K(t) u_{вх}(t) + \frac{1}{2!} \frac{\partial K(t)}{\partial u_{вх}} u_{вх}^2(t) + \\ + \frac{1}{3!} \frac{\partial^2 K(t)}{\partial u_{вх}^2} u_{вх}^3(t), \quad (V.51)$$

где  $K(t)$  — передаточная функция преобразователя на частоте входного сигнала.

Нелинейные искажения преобразователя отсутствуют лишь в том случае, когда все члены (V.51), кроме первого, равны нулю. Наибольшую роль нелинейные иска-

жения играют в преобразователях, использующих смесительные устройства.

Рассмотрим важный для практики стробоскопический преобразователь. Его частная передаточная функция

$$K_{\text{ч}}(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_n \cos n\Omega t$$

и ее производные под воздействием управляющего напряжения (стробимпульсов) изменяются с частотой  $\Omega$ . Тогда после разложения в ряд Фурье соответствующих членов выражения (V.51) получим формулу для напряжения на выходе смесителя

$$\begin{aligned} u_1(t) \approx & \frac{1}{2} A \cos \omega_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_n \cos n\Omega t + \\ & + \frac{1}{8} (A^2 + A^2 \cos 2\omega_c t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} K'_n \cos n\Omega t + \\ & + \frac{1}{48} (3A^3 \cos \omega_c t + A^3 \cos 3\omega_c t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} K''_n \cos n\Omega t, \quad (\text{V.52}) \end{aligned}$$

где  $K'_n$ ,  $K''_n$  — коэффициенты рядов Фурье 1-й и 2-й производных частной передаточной функции преобразователя (по входному сигналу) соответственно. Учтем действие фильтра на выходе параметрической цепи:

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) \approx & \frac{a_1}{2} K_1 A \cos(\omega_c - \Omega)t + \\ & + \frac{a_2}{8} K'_2 A^2 \cos 2(\omega_c - \Omega)t + \frac{a_1}{16} K''_1 A^3 \times \\ & \times \cos(\omega_c - \Omega)t + \frac{a_3}{48} K''_3 A^3 \cos 3(\omega_c - \Omega)t, \quad (\text{V.53}) \end{aligned}$$

где  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  — коэффициенты передачи выходного фильтра для 1-й, 2-й и 3-й гармоник преобразованного сигнала.

Отбросив последние два члена ввиду их малости, определим коэффициент гармоник

$$\gamma_{\text{г}} = \frac{\sqrt{\sum_{m=2}^{m_{\text{макс}}} A_{m \text{ вых}}^2}}{A_{1 \text{ вых}}} \approx \frac{1}{4} \frac{a_{\text{ф}} K_2^2}{K_1} A, \quad (\text{V.54})$$

где  $A_{m \text{ вых}}$  — амплитуда  $m$ -й гармоники выходного сигнала,  $a_{\text{ф}}$  — отношение коэффициентов передачи выходного фильтра для 2-й и 1-й гармоник преобразованного сигнала.

Таким образом, для уменьшения нелинейных искажений необходимо уменьшать амплитуду входного сигнала и увеличивать коэффициент передачи преобразователя.

## 10. Косвенный метод определения частотных и переходных характеристик преобразователей

В настоящее время непосредственное измерение ФЧХ и ПХ в наносекундном диапазоне встречает большие, иногда непреодолимые, трудности. Измерение указанных характеристик может быть относительно просто осуществлено при помощи косвенных методов, в одном из которых используют в качестве испытательного достаточно короткий импульс произвольной формы. По известной форме входного (испытательного) и выходного импульсов можно определить АЧХ, ФЧХ и ПХ исследуемого преобразователя. Выходной импульс преобразователя может наблюдаться при помощи обычных осциллографических устройств. Однако для наблюдения формы входного импульса требуется осциллограф (например, стробоскопический), полоса пропускания которого существенно шире полосы пропускания испытуемого преобразователя. Это является недостатком такого варианта косвенного метода.

В другом случае необходимо иметь короткий испытательный импульс тоже произвольной формы, но симметричный во времени. При этом для вычисления АЧХ, ФЧХ и ПХ достаточно знать лишь амплитудный спектр этого импульса и форму импульса на выходе испытуемого преобразователя. Недостатком этого варианта косвенного метода является требование симметричности, предъявляемое к испытательному импульсу. Однако, как показывают исследования, в большинстве случаев испытательные импульсы наносекундной длительности имеют форму, довольно близкую к симметричной.

Известен способ вычисления ФЧХ и ПХ преобразователя по известной АЧХ. Очевидно, это возможно лишь в предположении, что исследуемый преобразователь является минимально-фазовой системой. Несмотря на теоретическую спорность такого предположения относительно любых преобразователей, весьма часто, с достаточной для практики точностью, оно может быть использовано, особенно при отсутствии иных возможностей определения частотных и переходных характеристик в наносекундном диапазоне. Это подтверждается и рядом экспериментов.

Рассмотрим подробнее основные теоретические положения косвенного метода.

**Порядок операций при измерении частотных и переходных характеристик.** В первом варианте косвенного метода осциллографические изображения входного и выходного импульсов дискретизируются. По их дискретным значениям при помощи ЭЦВМ определяются амплитудные и фазовые спектры этих импульсов как функции номера гармоники  $S(n)$  и  $\varphi(n)$  соответственно. При расчете спектров принимается, что испытательные импульсы — периодические, причем период повторения  $T$  (расчетный период) выбирается

не менее чем в два раза больше длительности переходного процесса в исследуемом преобразователе. Тогда модуль коэффициента передачи преобразователя равен

$$K(n) = C_2(n)/C_1(n), \quad (V.55)$$

а аргумент коэффициента передачи

$$\varphi(n) = \varphi_2(n) - \varphi_1(n), \quad (V.56)$$

где  $C_1(n)$  и  $C_2(n)$  — амплитудные спектры входного и выходного импульсов,  $\varphi_1(n)$  и  $\varphi_2(n)$  — фазовые спектры этих импульсов,  $n$  — номер гармоники.

ПХ исследуемого преобразователя определяется при помощи ЭЦВМ как реакция преобразователя на условные периодические импульсы прямоугольной формы с длительностью  $\tau_n$  и периодом повторения  $T$ , и математически может быть записана в виде

$$h(t) = K(0) \frac{\tau_n}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^M \frac{K(n)}{n} \sin \frac{\pi n \tau_n}{T} \cos \left[ \frac{2\pi n t}{T} - \varphi(n) \right], \quad (V.57)$$

где  $M$  — число точек АЧХ и ФЧХ.

Если принять скважность прямоугольных импульсов  $T = 2\tau_n$  (меандр), то

$$h(t) = \frac{K(0)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^M \frac{K(2n-1)}{2n-1} \times \\ \times \cos \left[ \frac{2\pi(2n-1)t}{T} - \varphi(2n-1) \right]. \quad (V.58)$$

ЭЦВМ рассчитывает  $h(t)$  в дискретных точках времени  $t_k = k\Delta t$ , где  $\Delta t$  — шаг дискретизации  $h(t)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N_h$ ;  $N_h = T/2\Delta t$ .

Во втором варианте в ЭЦВМ вводится только амплитудный спектр входного импульса  $C_1(n)$  и дискретные отсчеты выходного сигнала. После вычисления амплитудного  $C_2(n)$  и фазового  $\varphi_2(n)$  спектров выходного сигнала производятся вычисления АЧХ, ФЧХ и ПХ аналогично первому варианту косвенного метода. При этом фазовый спектр входного импульса  $\varphi_1(n)$  принимается равным нулю.

В третьем варианте по известной АЧХ вычисляется ФЧХ, а затем по АЧХ и ФЧХ находится ПХ. Однако, как видно из выражения

$$\varphi(\omega_1) = \frac{2\omega_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\ln K(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2} d\omega, \quad (V.59)$$

для определения фазового сдвига хотя бы для одной частоты  $\omega_1$  необходимо иметь точное аналитическое выражение АЧХ  $K(\omega)$  в диапазоне частот от нуля до бесконечности. Даже в этом случае расчет по приведенной формуле представляет большие трудности. Поэтому для определения ФЧХ используется приближенный метод расчета, основанный на аппроксимации реальной АЧХ рядом полубесконечных логарифмических АЧХ с постоянной крутизной, т. е. отрезками прямой линии. При этом, если известны значения логарифмической АЧХ  $L(\omega_i)$  (в децибелах) для ряда частот  $\omega_i$

( $i = 0, 1, \dots, N$ ), соответствующих точкам излома аппроксимирующей функции, то исконая ФЧХ (в радианах) равна

$$\varphi(\omega) = \frac{1}{20 \lg e} \sum_{l=1}^{N-1} k_l \varphi(x_l), \quad (\text{V.60})$$

где  $x_l = \omega/\omega_l$ ,

$$\varphi(x_l) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} (x_l + x_l^3/9) & \text{при } x_l < 0,414, \\ \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \left\{ \ln x_l \ln \frac{1-x_l}{1+x_l} + 2 \left[ \frac{1-x_l}{1+x_l} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{9} \left( \frac{1-x_l}{1+x_l} \right)^3 \right] \right\} & \text{при } 0,414 < x_l < 1, \\ \frac{\pi}{4} - & \text{при } x_l = 1 \\ \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \left\{ \ln x_l \ln \frac{x_l-1}{x_l+1} + 2 \left[ \frac{1-x_l}{1+x_l} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{9} \left( \frac{1-x_l}{1+x_l} \right)^3 \right] \right\} & \text{при } 1 < x_l < \frac{1}{0,414}, \\ \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{x_l} + \frac{1}{9x_l^3} \right) & \text{при } x_l > \frac{1}{0,414}, \end{cases} \quad (\text{V.61})$$

а крутизна элементарных логарифмических АЧХ (отрезков прямых) определяется из выражения

$$k_l = \frac{L(\omega_{l+1}) - L(\omega_l)}{\ln \omega_{l+1} - \ln \omega_l} - \frac{L(\omega_l) - L(\omega_{l-1})}{\ln \omega_l - \ln \omega_{l-1}}. \quad (\text{V.62})$$

В работе [55] приведены формулы для расчета погрешностей определения АЧХ, ФЧХ и ПХ широкополосных, в том числе стробоскопических, осциллографов и показано, что косвенный метод при длительности испытательного импульса, равной 0,4 времени установления испытуемого осциллографа  $t_y$ , обеспечивает такую же точность измерения ПХ как прямой метод при длительности испытательного импульса, равной  $0,2t_y$ . Кроме того, при использовании косвенного метода отпадают трудности формирования испытательного импульса с крутым перепадом и плоской вершиной, а также производится одновременное измерение АЧХ, ФЧХ и ПХ.

## Список литературы

1. Глушковский М. Е. Стробоскопическая осциллография сигналов наносекундного диапазона. (Обзор).— «Известия вузов СССР. Радиотехника», 1963, т. VI, № 1.
2. Наман Н. С. Измерение времен нарастания не превышающих  $10^{-9}$  с. (Обзор).— «ТИИЭР», 1967, № 6.

3. Найденов А. И., Гинкас М. Л., Кунигелнс А. К. Спектральные преобразования периодических сигналов в осциллографической технике. (Обзор).— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
4. Моругин Л. А., Глебович Г. В. Наносекундная импульсная техника. М., «Сов. радио», 1964.
5. Рябинин Ю. А. Стробоскопическое осциллографирование. М., «Сов. радио», 1972.
6. Ануфриев Г. С. Стробоскопический метод преобразования сигналов и его применение в методиках физических экспериментов. Кандидатская диссертация. АН СССР, ФТИ им. А. Ф. Иоффе, Л., 1965.
7. Вол В. А. Некоторые вопросы стробоскопического метода передачи периодических сигналов и их воспроизведения. Кандидатская диссертация, АН СССР, ФТИ им. А. Ф. Иоффе, Л., 1961.
8. Agouridis D. C. Self-sampling system for measurements of picosecond pulses characteristics.— "The Review of Scientific Instruments," 1962, v. 33, № 12.
9. Володин Е. Б., Никифоров В. Н. Стробоскопический СВЧ осциллограф.— «Приборы и техника эксперимента». 1963, № 6.
10. Masek O. Die neuere Entwicklung der Oscillograph.— "Frequenz", 1960, Bd. 14, Nr. 1.
11. Grove W. M. Sampling for oscilloscopes and other RF systems: Dc Through X-Band.— "IEEE Trans., 1966, v. MTT—14, № 12.
12. Sinohara N. 18 GHz sampling oscilloscope.— "Japan. Electron. Engng", 1968, № 23.
13. Goodall W. M., Ditrjch A. F. Fractional millimicrosecond electrical stroboscope.— "PIRE", 1960, № 9.
14. Farber A. S., Sampling oscilloscope for millimicrosecond pulses at a 30-Mc repetition rate.— "The Review of Scientific Instruments", 1960, v. 31, № 1.
15. Маранц В. Г. Применение стробоскопического метода для измерения переходных процессов полупроводниковых приборов.— В кн. «Полупроводниковые приборы и их применение». Под ред. Я. А. Федотова. Вып. 8, М., «Сов. радио», 1962.
16. Zimmerman H. A. Nanosecond measurements with a sampling oscilloscope.— "Electr. Technol.", 1965, January.
17. Ануфриев Г. С., Мамырин Б. А. Экспериментальное исследование эффекта подавления шума при стробоскопическом методе усиления.— «Радиотехника», 1961, т. 16, № 9.
18. Эйдукас Д. Ю., Янкунас Е. М. Информационно-измерительные системы пикосекундного диапазона для исследования динамических параметров полупроводниковых приборов.— В кн.: «Радиоэлектроника. Труды научно-технической конференции. Т. V. Изд. Каунасского политехнического института, Каунас, 1969.
19. Чиж М. М. Методы осциллографического наблюдения широкополосных процессов с использованием эффектов спектральной трансформации. Кандидатская диссертация, АРТА, Харьков, 1964.
20. Weinstein H. Linear signal stretching in a time variant system.— "IEEE Trans.", 1965, June.

21. Соломин Б. А. Об оптимальном преобразовании импульсных сигналов в параметрических линиях.— «Радиотехника и электроника», 1968, т. XIII, № 3.
22. Seldmeyer I. W., Patten R. B. and Fussel L. Jr. Analyser for fast single events.— "Nuclear Electronics", v. 3, Vienna, 1963.
23. Emile P. Transient measurement system.— "Instruments and Control systems", 1967, January.
24. Schwarte R. New results of an experimental sampling system for recording fast single events.— "Electronics letters", 1972, v. 8, № 4.
25. Caputi W. J. A technique for the time transformation of signals and its application to directional systems.— "Electronic and Radio Eng.", 1965, № 3.
26. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., Физматгиз, 1962.
27. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. I, М., «Сов. радио», 1966.
28. Китаев В. Ф. Методы коррекции стробоскопических преобразователей в тракте аналогового сигнала.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника», 1968, вып. 3.
29. Frye G. J., Nahman N. S. Random sampling oscillography,— "IEEE Trans.", 1964, v. IM, 13, № 1.
30. Каммингс, Уилсон. Криогенный наносекундный рециркулятор импульсов.— «ТИИЭР», 1964, т. 52, № 12.
31. Zadeh L. A. Circuit analysis of linear varying-parameter networks.— "Journal of Applied Physics," 1950, v. 21, № 11.
32. Гинкас М. Л. Гетеродинный метод спектральной трансформации периодических наносекундных импульсов. Кандидатская диссертация, Вильнюсский филиал Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1969.
33. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. «Наука», 1968.
34. Гуткин Л. С. Преобразование сверхвысоких частот и детектирование. М.—Л., Госэнергоиздат, 1953.
35. Мовшович М. Е. Полупроводниковые преобразователи частоты. Л., «Энергия», 1968.
36. Белоусов А. П. Расчет коэффициента шума радиоприемников. М., Оборонгиз, 1959.
37. Svegge T. A new low 1/f noise mixer diode: experiments theory and performance.— В кн.: Solid-State Electronics, v. 8, Pergamon Press, 1965.
38. Янкунас Е.-К. М. Анализ динамики стробоскопического преобразователя.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника», 1967, вып. 7.
39. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963.
40. Кунигелис А. К. Анализ способов дискретного преобразования временного масштаба электрических процессов в нано- и субнаносекундной измерительной технике. Кандидатская диссертация, Вильнюсский филиал Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1969.

41. Цай Де-Фу. Исследование переходных характеристик стробоскопического осциллографа с переменными параметрами незамкнутого контура (перевод ВИНТИ).— «Дяньцзы сюэбао», (Acta electronica sinica), 1964, № 4.
42. Иванов И. В., Морозов Н. А. Нелинейные свойства сегнетокерамики в сильных полях СВЧ.— «ФТТ», 1965, т. VII, № 12.
43. Капцов Н. А. Радиофизическая электроника. Изд. МГУ, 1960.
44. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Финитные функции в физике и технике. М., «Наука», 1971.
45. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Сов. радио», 1966.
46. Голубков А. Г. Погрешности двух методов осциллографирования.— «Известия вузов СССР. Радиотехника», 1964, т. VII, № 5.
47. Найденов А. И. Теоретические основы и методы линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника», 1968, вып. 6.
48. Найденов А. И., Гинкас М. Л. Сжатие спектра электрических сигналов при помощи частотного стробирования.— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
49. Найденов А. И., Ефимчик М. И. Стробоскопический осциллограф на принципе случайных совпадений.— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
50. Найденов А. И., Ефимчик М. И. Способ стробоскопического осциллографирования. Авт. свидетельство № 245894.— «Б. И.», 1969, № 20.
51. Возбнас С. Ю., Денисов А. Ф., Найденов А. И. О случайных погрешностях при дискретном преобразовании временного масштаба электрических сигналов. Ч. I.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника», 1970, вып. 6.
52. Найденов А. И., Фомин Э. А. Трансформация спектра электрических сигналов в длинных линиях с переменными параметрами.— «Радиотехника», 1968, т. 23, № 1.
53. Найденов А. И., Фомин Э. А. Преобразование спектра электрических сигналов при помощи электронных пучков.— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
54. Денисов А. Ф., Найденов А. И. Дискретный способ преобразования спектра однократных сигналов.— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
55. Найденов А. И., Лаукис В. Б. Об одном методе измерения частотных и переходных характеристик широкополосных осциллографов.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника», 1971, вып. 5.



56. Багданскис Е.-А. К., Найденов А. И. Стробоскопический осциллограф с автоматической установкой временного масштаба. В кн.: Радиоэлектроника. Труды научно-технической конференции. Т. VII. Каунас, 1971.
57. Гинкас М. Л., Найденов А. И. О чувствительности линейных преобразователей временного масштаба.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радионизмерительная техника», 1970, вып. 6.
58. Гинкас М. Л., Найденов А. И. Об одном способе вычисления параметров смесительных устройств преобразователей временного масштаба.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радионизмерительная техника», 1970, вып. 6.
59. Найденов А. И. Трансформация спектра наносекундных импульсов в измерительной технике.— В кн.: Материалы симпозиума по наносекундной ядерной электронике. Дубна, 13—17 июня 1967.
60. Найденов А. И., Кунигелис А.-К. К. Стробоскопическое преобразование спектра с высокой разрешающей способностью.— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
61. Возбнас С. Ю., Денисов А. Ф., Найденов А. И. О случайных погрешностях при дискретном преобразовании временного масштаба электрических сигналов. Ч. II.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радионизмерительная техника», 1971, вып. 5.
62. Денисов А. Ф., Кудзевичене И. З., Шапро Б. И. Об одном способе расчета искажений импульсных сигналов в коаксиальных линиях передачи с дискретными неоднородностями.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радионизмерительная техника», 1968, вып. 6.
63. Макомбер. Метод и аппаратура для анализа световых колебаний. Патент США, кл. 250—227, № 3596104.
64. Виноградов В. И., Денисов А. Ф. Применение метода линейной трансформации временного масштаба при регистрации быстротекущих однократных сигналов.— В кн.: Импульсная фотометрия. Вып. 2. «Машиностроение», 1972.
65. Найденов А. И., Фомин Э. А. Преобразование спектра в искусственных линиях с управляемыми емкостями.— В кн.: Радиоэлектроника. Доклады научно-технической конференции. Изд. Вильнюсского филиала Каунасского политехнического института, Вильнюс, 1966.
66. Фомин Э. А., Фомин Л. А., Челноков Б. А. Трансформация спектра сигналов в замедляющих системах с переменным волновым сопротивлением.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радионизмерительная техника», 1971, вып. 5.
67. Фомин Л. А., Фомин Э. А. Трансформация частотного спектра в линиях со скачкообразным изменением параметров.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радионизмерительная техника», 1971, вып. 5.
68. Найденов А. И., Челноков Б. А. О преобразовании спектра амплитудно-модулированных колебаний.— В кн.: Радиоэлектроника. Труды научно-технической конференции. Т. V. Изд. Каунасского политехнического института, Каунас, 1969.

69. Найденев А. И., Гинкас М. Л. О систематических погрешностях преобразования временного масштаба электрических сигналов. Депонировано в НИИЭИР, РИР, 1970, № 14.
70. Горячев В. И. О некоторых возможностях ослабления собственных шумов в стробоскопических осциллографах.— «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника», 1971, вып. 3.
71. Глебович Г. В., Ковалев И. П. Широкополосные линии передачи импульсных сигналов. М., «Сов. радио», 1973.

## Предметный указатель

- Время** установления стробпреобразователя 92  
— — — при экспоненциальной аппроксимации вольт-амперной характеристики смесителя 114  
— — — простого 93  
— — — с многократным стробированием 107  
— — — с обратной связью 101  
— — — с пиковым детектором 95
- Длительность** стробимпульса минимально возможная 109  
— — относительная 90  
— — эффективная 61, 93
- Индексы** выборки 15, 19, 55
- Искажения** перекрестные 13, 18, 24, 26—29, 33
- Коэффициент** передачи смесителя 57, 60, 61  
— — — с  $RC$  нагрузкой 108  
— — трансформации 5  
— — преобразователя гетеродинного 21  
— — — — — однократных импульсов аналогового 37, 38, 117, 123, 127, 131  
— — — — — дискретного 39, 134  
— — стробпреобразователя 15, 18, 47, 48
- Накопление** информации 97, 103, 106
- Напряжение**, управляющее в аналоговых преобразователях 119, 120, 124—126
- Погрешности** преобразования 149, 150
- Полоса** пропускания преобразователей 10, 17, 58, 61, 63, 65  
— — — предельная 108, 109
- Помехи** 41, 46, 69, 160, 163—165
- Преобразование** временного масштаба линейное 3, 5
- Преобразователи** стробоскопические 8, 14, 46—49, 85  
— гетеродинные 19, 21  
— — с несинхронными стробимпульсами 35, 110, 112  
— однократных сигналов аналоговые 8, 115, 121, 122, 125, 129, 130  
— — — дискретные 9, 39, 133—135
- Смеситель** однодиодный 51  
— симметричный 51  
— с избирательной нагрузкой 113  
— —, аппроксимация вольт-амперной характеристики 60, 62, 64, 114
- Стробимпульс** 8, 16, 46  
—, форма 63
- Функция** передаточная преобразователя 7  
— — — частная 8, 13, 14, 23, 24, 28, 29, 30, 32, 34
- Характеристика** преобразователя амплитудно-частотная 9, 17, 31, 61, 63  
— — —, измерение 170  
— — фазочастотная 9  
— — —, измерение 170  
— переходная стробпреобразователя 91, 92  
— — —, измерение 170  
— — — простого типа 94  
— — — с многократным стробированием 107  
— — — с обратной связью 102  
— — — с пиковым детектором 95
- Шаг** считывания 18, 27, 34, 47, 139  
— —, регулировка в дискретных преобразователях 136, 137
- Шумы** см. Помехи

# Оглавление

Предисловие . . . . .	3
Глава I. Теоретические основы линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов . . . . .	5
1. Общие положения . . . . .	5
2. Теорема о линейном преобразовании временного масштаба электрических сигналов . . . . .	6
3. Обобщенная структурная схема линейного преобразователя с сосредоточенными параметрами . . . . .	10
4. Линейное преобразование периодических сигналов . . . . .	14
5. Линейное преобразование периодически повторяющихся амплитудно-модулированных колебаний . . . . .	24
6. Линейное преобразование ЧМ и ФМ колебаний . . . . .	32
7. Линейное преобразование аperiodически повторяющихся сигналов . . . . .	33
8. Линейное преобразование однократных импульсов . . . . .	35
9. Комбинированные методы линейного преобразования . . . . .	40
10. Преобразование при наличии помех . . . . .	41
Глава II. Линейное преобразование временного масштаба периодических сигналов. Стробоскопический и гетеродинный методы . . . . .	46
1. Структурные схемы преобразователей . . . . .	46
2. Основные соотношения процесса преобразования спектра . . . . .	50
3. Способы вычисления параметров смесителя . . . . .	55
4. Смеситель стробоскопического преобразователя с кусочно- линейной аппроксимацией вольт-амперной характеристики . . . . .	60
5. Смеситель стробоскопического преобразователя с квадратичной аппроксимацией вольт-амперной характеристики . . . . .	62
6. Полоса пропускания преобразователя с учетом инерционности смесителя . . . . .	65
7. Предельная чувствительность преобразователя . . . . .	68
8. Отношение сигнал/шум на выходе преобразователя . . . . .	76
9. Некоторые применения стробоскопического и гетеродинного преобразователей в измерительной технике . . . . .	79
Глава III. Способы стробоскопического преобразования повторяющихся видеоимпульсов . . . . .	84
1. Эквивалентные схемы стробоскопических преобразователей . . . . .	84
2. Простой стробоскопический преобразователь . . . . .	92
3. Стробоскопический преобразователь с пиковым детектором . . . . .	95
4. Стробоскопический преобразователь с обратной связью . . . . .	98

5. Стробоскопический преобразователь с многократным стробированием в одной точке . . . . .	104
6. Сравнение стробоскопических способов . . . . .	108
7. Стробоскопический преобразователь с несинхронными (случайными) стробимпульсами . . . . .	110
8. О смесителях с избирательной нагрузкой . . . . .	113
<b>Глава IV. Линейное преобразование временного масштаба однократных наносекундных импульсов. Аналоговый и дискретный методы . . . . .</b>	<b>115</b>
1. Аналоговое преобразование в линии задержки с последовательным управлением . . . . .	115
2. Аналоговое преобразование в линии задержки с одно-временным (параллельным) управлением . . . . .	122
3. Аналоговое преобразование в линии задержки со скачкообразным управлением . . . . .	125
4. Аналоговое преобразование при помощи электронных пучков . . . . .	130
5. Дискретное преобразование однократных импульсов . . . . .	133
6. Основные параметры дискретного преобразователя . . . . .	138
<b>Глава V. Погрешности методов линейного преобразования временного масштаба электрических сигналов . . . . .</b>	<b>149</b>
1. Погрешности преобразования из-за неидеальности амплитудно- и фазочастотной характеристик преобразователя . . . . .	149
2. Погрешности стробоскопического преобразователя из-за ограниченной ширины спектра крутизны преобразования . . . . .	152
3. Погрешность преобразования из-за ограниченного шага считывания . . . . .	154
4. Погрешность преобразования при кусочно-линейном восстановлении сигнала . . . . .	155
5. Погрешность преобразования при ступенчатообразном восстановлении сигнала . . . . .	156
6. Погрешность преобразования периодического сигнала из-за представления его конечным количеством гармоник . . . . .	158
7. Случайные погрешности преобразования . . . . .	160
8. Оптимальный синтез стробоскопических преобразователей . . . . .	165
9. Нелинейные искажения преобразователя . . . . .	168
10. Косвенный метод определения частотных и переходных характеристик преобразователей . . . . .	170
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>172</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>178</b>

49 коп.

14

14266

